ICOT Technical Report: TR-0873

TR-0873

# 様相節変換に基づくＭＧＴＰ上の様相論理証明器の効率的実現

赤埴　淳一（ＮＴＴ）、
井上　克巳（豊橋技術科学大学）、
長谷川　隆三

April, 1994



ICOT

Mita Kokusai Bldg. 21F
4-28 Mita 1-Chome
Minato-ku Tokyo 108 Japan

(03)3456-3191～5

Institute for New Generation Computer Technology

# 様相節変換に基づく MGTP 上の様相論理証明器の効率的実現

赤埴 淳一 *1　井上 克巳 *2　長谷川 隆三 *3

*1 NTT コミュニケーション科学研究所

*2 豊橋技術科学大学 情報工学系

*3 新世代コンピュータ技術開発機構

様相論理の高速な定理証明器を実現するために, 様相タブロー法の書換え規則を部分計算し, 証明すべき様相論理式をモデル生成型定理証明器 MGTP の入力節に変換する方式を提案する. 本稿では, まず, 直ちに閉じられる分枝の生成を抑制するために, 正情報の有無を前件部で照合するように変換する方式を述べる. さらにゴール情報を利用し, トップダウン推論を模擬するように変換することによって, 探索範囲を絞り込み, 高速化を図る. 様相節変換のコストが入力論理式長に関して線形であることを示し, 計算機実験によって本方式の有用性を示す.

# An Efficient Modal Theorem Prover on MGTP based on Modal Clause Transformation Method

Jun-ichi Akahani*1　Katsumi Inoue*2　Ryuzo Hasegawa*3

*1 NTT Communication Science Labs.

*2 Dept. of Information and Computer Sciences, Toyohashi University of Technology

*3 Institute for New Generation Computer Technology

This paper presents an efficient modal theorem prover in which input modal formulae are transformed into input clauses of the model-generation theorem prover MGTP based on partial evaluation of the rewriting rules of modal tableau method. We first propose a transformation method in which closed checking is replaced with pattern matching in the antecedents of transformed clauses to avoid generating branches which are easily checked to be closed. Then the method is extended by making use of goal information and simulating top-down reasoning to reduce search space. The cost of modal clause transformation is shown to be linear with respect to the length of input modal formula. Finally, experimental results illustrate utility of the method.

## 1 はじめに

様相論理は時間や状況を表現・推論可能な論理であり，プログラムの検証・合成 [9] やマルチエージェント環境における知識表現 [6, 10] など計算機科学や人工知能において様々な応用が提案されている．このような応用では，様相論理式の推論が重要な位置をしめており，高速な定理証明器の実現が重要な研究課題である．これまで，様々な様相論理証明器が提案されている [3, 4, 8, 11] が，簡単で典型的な定理に対するもの [2, 12] を除き，定量的な評価はほとんどなされていなかった．そこで本稿では，より実際的な問題への適用を目指し，高速な様相論理証明器の実現をはかる．

様相論理の定理証明法は，導出法に基づく方法 [1, 3] とタブロー法に基づく方法 [4, 8] とに大別できる．導出法は一階述語論理に対する効率的な証明法として知られているが，これは節形式のクラスに応じて効率的な推論戦略が存在するからである．しかし，様相論理においてこのようなクラスは非常に制限されたものしか知られていない [3] ため，様相論理に対する導出法は適用範囲あるいは推論効率が問題となる．一方，タブロー法に基づく方法 (様相タブロー法とよぶ) は，導出法と同様に推論効率が問題となるが，様相論理の様々な体系への対応が容易なため，標準的な様相論理証明法として用いられている．

様相タブロー法は，様相論理式に真偽値を付与した「符合つき整式 (Signed Formula)」を書き換え，反駁法にしたがって定理証明を行う方法である．しかし，真が付与された論理式（正情報）と，偽が付与された論理式（負情報）とが同等に取扱われるため，直ちに閉じられる分枝が多数生成されるという問題がある．また，実際の様相論理の証明では，証明に直接寄与しない論理式が多く含まれる場合が多い．タブロー法はモデルを生成する証明法のため，このような論理式に対しては不要な分枝を生成しないように制御することが望まれるが，これまでタブロー法に推論制御を取り入れる研究はなされていなかった．

そこで本稿では，様相タブロー法の書換え規則を部分計算し，証明すべき様相論理式をモデル生成型定理証明器 MGTP[5] の入力節に変換する様相節変換方式を提案する．これまでに MGTP 上の様相論理証明器として，様相タブロー法をメタプログラミングする方式 [12] が提案されている．この方式は，様相タブロー法の書換え規則をスキーマとして MGTP の入力節で記述し，様相タブロー法を MGTP 上でシミュレートするものである．この方式は，従来の証明器よりもよい評価結果を得ているが，上述の問題点は解決されていなかった．

本稿では，まず，直ちに閉じられる分枝の生成を抑制するために，負情報の伝搬を制限し，直ちに閉じられる分枝を生成する代わりに正情報の有無を前件部で照合するように変換する方式を提案する．さらに，Non-Horn Magic Set (NHM)[7] の考え方を取り入れ，ゴール情報を利用し，後向き推論をシミュレートするように変換する方式を提案する．本方式により，証明に直接寄与しない不要な分枝を生成しないようにトップダウン制御することが可能となる．様相節変換のコストが様相演算子の個数に関して線形であることを示し，計算機実験によって本様相論理証明器の有用性を示す．

本稿の構成は以下の通りである．まず 2 章で様相タブロー法を概説し，3 章でモデル生成型定理証明器 MGTP の概要と，様相タブロー法のメタプログラミングによる実現方法の概略を述べる．次に 4 章で様相節の変換による様相論理の定理証明方法を述べ，5 章で無駄な推論を行わないように制御する方式を述べる．さらに 6 章で，理論的な評価と計算機実験による評価を行い，本方式の有用性を示す．最後に 7 章でまとめを行う．

## 2 様相タブロー法

本章では，様相論理式の統語論と意味論について概説し，様相タブロー法の概要を述べる．

本稿では，様相命題論理式を様相節集合として表現する．様相節の統語論は以下の通りである．命題記号の集合 $P$ が与えられているとする．

1. $p \in P$ が命題記号のとき，$p$ は様相アトム (特

に, 命題アトムとよぶ) である.

2. $\varphi_1, \cdots, \varphi_n$, $\psi_1, \cdots, \psi_m$ が様相アトムのとき, $\neg\varphi_1 \vee \cdots \vee \neg\varphi_n \vee \psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m$ は様相節である. ただし, $n, m \geq 0$.
3. $\varphi$ が様相節のとき, $\Box\varphi$ は様相アトムである.

2 において $n = 0, m = 1$ の場合からわかるように, 様相アトムは様相節となる. 論理結合子 $\wedge$ および $\supset$ を通常の通りに導入する. 例えば, 2 の様相節を $\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \supset \psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m$ のように表記する. このとき, $\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n$ を前提部, $\psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m$ を結論部と呼ぶ. 例えば, $p, q, r \in P$ を命題記号とすると, $\Box p \wedge \Box(p \supset q) \supset \Box q \vee \Box\Box r$ は様相節となる.

様相節集合は, 様相節の連言を集合として表現したものである. すなわち, 様相節集合は命題論理の連言標準形 (節集合) を様相命題論理に拡張したものであり, その表現能力は命題論理を基礎体系とする様相命題論理と同等である. このことは, 任意の様相命題論理式を様相節集合で表現できることを構造帰納法を用いて示すことにより, 証明できる.

様相節の意味論は通常の可能世界意味論で与えられる. すなわち, モデル $M$ は, 可能世界の集合 $W$, 可能世界間の到達可能関係 $R$, 付値関数 $V$ の 3 つ組 $< W, R, V >$ で表される. ここで, 付値関数 $V$ は命題記号 $p \in P$ に対し, $W$ の部分集合 $V(p)$ を割り当てるものとする (直観的には, $p$ が真となる世界の集合である).

1. $p \in P$ のとき, $M, w \models p$ iff $w \in V(p)$.
2. $M, w \models \neg\varphi_1 \vee \cdots \vee \neg\varphi_n \vee \psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m$ iff $M, w \not\models \varphi_i$ または $M, w \models \psi_j$. ただし, $i$ は 1 から $n$ のいずれか, $j$ は 1 から $m$ のいずれかである.
3. $M, w \models \Box\varphi$ iff すべての $wRw'$ なる $w'$ に対し, $M, w' \models \varphi$.

世界間の到達可能関係に制約を設けることにより, 様々な様相体系が定義できる. 本稿では, 到達可能関係に制約を設けないもっとも基本的な様相体系である $K$ を対象とする.

すべての世界 $w \in W$, すべてのモデル $M$ に対し, $M, w \models \varphi$ なるとき $\varphi$ は恒真であるといい, $M, w \not\models \varphi$ なるとき $\varphi$ は充足不能であるという.

表 1: $\alpha$ 整式に対する表

| $\alpha$ | $\alpha_1$ |
|---|---|
| $t(\varphi \wedge \psi, w)$ | $t(\varphi, w), t(\psi, w)$ |
| $f(\varphi \vee \psi, w)$ | $f(\varphi, w), f(\psi, w)$ |
| $f(\varphi \supset \psi, w)$ | $t(\varphi, w), f(\psi, w)$ |
| $t(\neg\varphi, w)$ | $f(\varphi, w)$ |
| $f(\neg\varphi, w)$ | $t(\varphi, w)$ |

表 2: $\beta$ 整式に対する表

| $\beta$ | $\beta_1$ | $\beta_2$ |
|---|---|---|
| $f(\varphi \wedge \psi, w)$ | $f(\varphi, w)$ | $f(\psi, w)$ |
| $t(\varphi \vee \psi, w)$ | $t(\varphi, w)$ | $t(\psi, w)$ |
| $t(\varphi \supset \psi, w)$ | $f(\varphi, w)$ | $t(\psi, w)$ |

様相タブロー法は, 様相論理式に真偽値を付与した「符合つき整式 (Signed Formula)」を書き換え, 反駁法にしたがって定理証明を行う方法である. 符合つき整式は, 様相論理式 $\varphi$ と世界 $w$ に対し, 真偽値を表す記号 $t$ および $f$ を付与したものである. 具体的には, 様相論理式 $\varphi$ が世界 $w$ で真であることを $t(\varphi, w)$ で表し, 偽であることを $f(\varphi, w)$ で表す. 様相タブロー法は, 証明すべき様相論理式 $\varphi$ がある世界 $w_0$ で偽であることを表した符合つき整式 $f(\varphi, w_0)$ のみからなるリストを以下の書換え規則にしたがって書換えていく. すべての分枝が閉になれば様相論理式 $\varphi$ は恒真であり, どの規則も適用できない開分枝が存在すれば恒真ではないことを出力する.

- $\alpha$ 変換規則. リスト中に表 1の左欄の形の整式 $\alpha$ が存在するとき, これを対応する左欄の整式 (のリスト) $\alpha_1$ で置換する.
- $\beta$ 変換規則. リスト中に表 2の左欄の形の整式 $\beta$ が存在するとき, すなわちリストが $\{\beta\} \cup S$ のとき, 対応する左欄の整式 $\beta_1$, $\beta_2$ で置換した 2 つのリスト $\{\beta_1\} \cup S$ と $\{\beta_2\} \cup S$ を分枝として生成する.

$$\{\underline{f(\Box(p \supset q) \wedge \Box p \supset \Box q, w_0)}\}$$
$$\downarrow \alpha$$
$$\{t(\Box(p \supset q), w_0), t(\Box p, w_0), \underline{f(\Box q, w_0)}\}$$
$$\downarrow \pi$$
$$\{\underline{t(\Box(p \supset q), w_0)}, \underline{t(\Box p, w_0)}, f(q, w_1)\}$$
$$\downarrow \nu$$
$$\{\underline{t(p \supset q, w_1)}, t(p, w_1), f(q, w_1)\}$$
$$\downarrow \beta$$
$$\{f(p, w_1), t(p, w_1), \cdots\} \quad \{t(q, w_1), \cdots, f(q, w_1)\}$$
$$\downarrow closed \qquad\qquad \downarrow closed$$
$$\times \qquad\qquad \times$$

図 1: 様相タブロー法の証明木の例.

- 閉分枝規則. リスト中に符合つき整式の対 $t(\varphi, w)$ と $f(\varphi, w)$ が存在するとき, その分枝を閉とする.
- $\pi$ 変換規則. リスト中に $f(\Box\varphi, w)$ なる符合つき整式が存在するとき, $w$ から到達可能な世界 $v$ を生成し, 符合つき整式 $f(\varphi, v)$ で置換する.
- $\nu$ 変換規則. リスト中に $t(\Box\varphi, w)$ なる符合つき整式が存在するとき, $w$ から到達可能な世界 $v$ があれば, 符合つき整式 $t(\varphi, v)$ で置換する.

図 1に $\Box(p \supset q) \wedge \Box p \supset \Box q$ の証明木を示す. 下線部は変換対象を表す. この例では 2 つの分枝が生成されるが, 共に閉となるので, 定理であることが証明される.

## 3 MGTP 上の様相タブロー

本章では, モデル生成型定理証明器 MGTP[5] の概要を述べ, 様相タブロー法のメタプログラミングによる実現方法 [12] を概説する.

MGTP はボトムアップにモデルを生成する定理証明器である. MGTP の入力節は次の含意形式で与えられる.

$$A_1, \cdots, A_n \rightarrow C_{1,1}, \cdots, C_{1,l_1} | \cdots | C_{m,1}, \cdots, C_{m,l_m}.$$

ここで, $n, m \geq 0, l_j \geq 1 (j = 1, \cdots, m)$ であり, $A_i (i = 1, \cdots, n)$ および $C_{j,k} (j = 1, \cdots, m; k = 1, \cdots, l_j)$ はアトムである. 変数は節の前で全称束縛されているものとする. $A_1, A_2$ は連言を表し, $C_1 \mid C_2$ は選言を表す. $\rightarrow$ は含意であり, $\rightarrow$ の左辺を前件, 右辺を後件と呼ぶ. $n = 0$ の節を正節と呼び, $true \rightarrow C_{1,1}, \cdots, C_{1,l_1} \mid \cdots \mid C_{m,1}, \cdots, C_{m,l_m}$ と表記する. 同様に, $m = 0$ の節を負節と呼び, $A_1, \cdots, A_n \rightarrow false$ と表記する. それ以外の節を混合節と呼ぶ.

MGTP は, 与えられた節集合を充足するアトムの集合 (モデル) を求めるために, 以下の 2 つの規則をモデル候補に繰り返して適用する. モデル候補の初期値は空集合である.

- モデル拡張規則: 混合節あるいは正節の前件が置換 $\sigma$ によってモデル候補 $M$ で充足されるとき, 後件の全ての連言 $(j = 1, \cdots, m)$ に対し, 連言 $C_{j,1}\sigma, \cdots, C_{j,l_j}\sigma$ が $M$ で充足されていないならば, 各々のアトム集合 $\{C_{j,1}\sigma, \cdots, C_{j,l_j}\sigma\}$ を $M$ に付け加えた $m$ 個のモデル候補を生成する.
- モデル棄却規則: 負節の前件が置換 $\sigma$ によってモデル候補 $M$ で充足されるとき, このモデル候補 $M$ を棄却する.

上記の規則が適用できなくなった時点で, 節集合の全ての極小モデルが得られる. もし全てのモデル候補が棄却されれば, 入力節集合は充足不能であることがわかる.

越村ら [12] は, タブロー法の書換え規則と MGTP のモデル生成規則との類似性に着目し, 様相タブロー法のメタプログラミングによる実現方式を提案している. 本方式は, 様相タブロー法の書換え規則をスキーマとして MGTP の入力節で記述し, 様相タブロー法を MGTP 上でシミュレートするものである. 具体的には, 各書換え規則を以下の MGTP の入力節で記述する. 大文字で始まる記号は変数を表すものとする.

- $\alpha$ 変換規則.
  $t(P \wedge Q, W) \rightarrow t(P, W), t(Q, W).$
  $f(P \vee Q, W) \rightarrow f(P, W), f(Q, W).$
  $f(P \supset Q, W) \rightarrow t(P, W), f(Q, W).$
  $t(\neg P, W) \rightarrow f(P, W).$
  $f(\neg P, W) \rightarrow t(P, W).$
- $\beta$ 変換規則.

$t(P \vee Q, W) \rightarrow t(P, W) \mid t(Q, W).$

$f(P \wedge Q, W) \rightarrow f(P, W) \mid f(Q, W).$

$t(P \supset Q, W) \rightarrow f(P, W) \mid t(Q, W).$

- 閉分枝規則.

  $f(P, W), t(P, W) \rightarrow false.$

- $\pi$ 変換規則.

  $$f(\Box P, W) \rightarrow \{new\_world(V)\}, path(W, V), f(P, V).$$

- $\nu$ 変換規則.

  $t(\Box P, W), path(W, V) \rightarrow t(P, V).$

ここで, $path(W, V)$ は世界 $W$ から世界 $V$ に到達可能であることを表す述語であり, $\{new\_world(V)\}$ は新たな世界 $V$ を生成する MGTP の組込呼出述語である. 世界間の到達可能関係が満たすべき性質を入力節としてプログラムすることにより, 様々な様相体系の定理証明器に拡張可能である

証明すべき論理式 $\varphi$ が与えられると, 様相タブロー法に基づき, $f(\varphi, w_0)$ を生成する以下の節を生成し, 上記の節集合と共に MGTP に入力する.

$true \rightarrow f(\varphi, w_0).$

もし, 入力節のモデルが存在しなければ (すなわち充足不能ならば), 論理式 $\varphi$ は恒真であることがわかる. 例えば, $\Box(p \supset q) \wedge \Box p \supset \Box q$ が与えられると図 1と同様なモデル候補を生成するが, 全てのモデル候補が棄却されるので, 恒真であることがわかる.

しかし本方式は, 様相タブロー法を MGTP 上でシミュレートするものであるため, 不要な分枝が多数生成されるという問題がある. そこで, 次章で書換え規則を部分計算する方式を提案する.

## 4 様相節の変換による様相論理定理証明

本章では, 様相節変換による様相論理の定理証明方式の基本的アイデアを述べ, 基本的なアルゴリズムを提案する.

本方式の基本的アイデアは, $\alpha$ 規則と $\beta$ 規則を部分計算して, $\pi$ 規則および $\nu$ 規則が適用される可能性のある様相アトムを調べあげ, 各様相アトムに対応した $\pi$ および $\nu$ 規則の部分計算結果を MGTP の入力節として生成する点にある. 例えば前章の例で, $true \rightarrow f(\Box(p \supset q) \wedge \Box p \supset \Box q, w_0)$ と $\alpha$ 規則を部分計算すると, 図 1の 2 段目に対応する以下の 3 節が得られる.

$true \rightarrow t(\Box(p \supset q), w_0).$

$true \rightarrow t(\Box p, w_0).$

$true \rightarrow f(\Box q, w_0).$

これらの節の後件部から, $f$ のラベルが付いた $\Box q$ に $\pi$ 規則が, $t$ のラベルが付いた $\Box(p \supset q)$ および $\Box p$ に $\nu$ 規則が適用される可能性があることがわかる. $\Box q$ に $\pi$ 規則を特殊化した以下の節を生成する. 本節は, 図 1の 2 段目の下線部に対応する.

$$f(\Box q, W) \rightarrow \{new\_world(V)\}, path(W, V), f(q, V).$$

同様に $\Box p$ に $\nu$ 規則を特殊化し, 以下の節を生成する.

$t(\Box p, W), path(W, V) \rightarrow t(p, V).$

$\Box(p \supset q)$ に対しても同様に, $\nu$ 規則を特殊化する. この際, $t(p \supset q, V)$ に $\beta$ 規則が適用可能なので部分計算し, 以下の節を生成する.

$t(\Box(p \supset q), W), path(W, V), t(p, V) \rightarrow t(q, V).$

ここで, 後件部に選言として現れるべき $f(p, V)$ を前件部に移項 (厳密には, 閉分枝規則と部分計算) したのは, 直ちに閉となる分枝の生成を抑制するためである. 本例では, 図 1の 5 段目左の分枝の生成が抑制される. この変換は, 部分計算前の節集合がモデルをもつ場合には, $f(p, V)$ を含む分枝が生成されないため, 完全ではない. しかし, $f(p, V)$ に適用可能な規則は閉分枝規則のみなので, $f(p, V)$ から新たなアトムが生成されることはないため, もし $f(p, V)$ を含む分枝が閉じるならば, $t(p, V)$ は $\beta$ 規則を適用する前のモデル候補に必ず含まれている. したがって, 部分計算前の節集合のモデルが存在しない場合には, この変換後の節集合のモデルも存在しない. すなわち, 反駁に関する完全性は保たれる.

以上の 6 節に, 閉分枝規則を付け加えた節集合を MGTP に入力する.

様相節変換の基本アルゴリズムを図 2に示す. 簡単のため, 証明すべき様相論理式として, 様相節

1. 前提部の各様相アトム $\varphi_i$ に対して, 以下の節を生成.

   $true \rightarrow t(\varphi_i, w_0)$.

   結論部の各様相アトム $\psi_j$ に対して, 以下の節を生成.

   $true \rightarrow f(\psi_j, w_0)$.

2. 後件部に, $f(\Box\varphi, X)$ あるいは $t(\Box\varphi, X)$ が現れる場合, 以下を繰り返す.

   (a) $f(\Box(\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \supset \psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m), X)$ が現れる場合, 以下の節を生成 ($\pi$ 規則の特殊化).

   $f(\Box(\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \supset \psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m), W)$
   $\rightarrow \{new\_world(V)\}, path(W, V), t(\varphi_1, V), \cdots, t(\varphi_n, V), f(\psi_1, V), \cdots, f(\psi_m, V)$.

   (b) $t(\Box(\Box\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \Box\varphi_n \wedge p_1 \wedge \cdots \wedge p_k \supset \psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m), X)$ が現れる場合 (ただし, $p_1, \cdots, p_k$ は命題アトム), 以下の節を生成 ($\nu$ 規則の特殊化).

   $t(\Box(\Box\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \Box\varphi_n \wedge p_1 \wedge \cdots \wedge p_k \supset \psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m), W), path(W, V), t(p_1, V), \cdots, t(p_k, V)$
   $\rightarrow f(\Box\varphi_1, V) \mid \cdots \mid f(\Box\varphi_n, V) \mid t(\psi_1, V) \mid \cdots \mid t(\psi_m, V)$.

3. 閉分枝規則を表すスキーマを生成.

   $t(P, W), f(P, W) \rightarrow false$.

図 2: 様相節変換の基本アルゴリズム

$\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \supset \psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m$ が与えられたとしている.

図において 1 は, $true \rightarrow f(\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \supset \psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m, w_0)$ と $\alpha$ 規則を部分計算して得られる節である. 2(a) は, $f(\Box(\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \supset \psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m), W)$ に $\pi$ 規則を特殊化し, さらに $\alpha$ 規則を部分計算して得られる. 2(b) は, 同様に $\nu$ 規則を特殊化し, さらに $\beta$ 規則および閉分枝規則を部分計算して得られる. ここで, 前提部の $\Box\varphi_i (i = 1, \cdots, n)$ と $p_j (j = 1, \cdots, k)$ の扱いの違いに注意されたい. 後件部に選言として現れるべき $f(p_j, V)$ を前件部に移項したのは, 上述の通り, 直ちに閉となる分枝の生成を抑制するためである. それに対し, 後件部の $f(\Box\varphi_i, V)$ を前件部に移項しなかったのは, $\pi$ 規則の適用により, 新たな世界が生成される可能性があるからである. このような $t$ と $f$ の非対称性は, 証明すべき論理式に $t$ でラベル付けされるアトムが多いという経験則と, $\pi$ 規則 と $\nu$ 規則の非対称性に起因する.

タブロー法のメタプログラミングの場合と同様に, 世界間の到達可能関係が満たすべき性質を入力節としてプログラムすることにより, 様々な様相体系の定理証明器に拡張可能である.

様相節集合 $\{\mathcal{C}_1, \cdots, \mathcal{C}_n\}$ が与えられた場合は, 各様相節 $\mathcal{C}_i$ に対応する記号 $c_i$ を生成し, 次の節を生成する.

$true \rightarrow c_1 \mid \cdots \mid c_n$

さらに各様相節 $\mathcal{C}_i$ に対し, 図 2の 1 において $true$ の代りに $c_i$ とした様相節変換を適用する. これは, $true \rightarrow f(\mathcal{C}_1 \wedge \cdots \wedge \mathcal{C}_n, w_0)$ と $\beta$ 規則を部分計算して得られる.

## 5 ゴール情報を用いた推論制御

本章では, 前章で述べた様相節変換アルゴリズムにゴール情報を用いた推論制御を取り入れた変換アルゴリズムを述べる.

実際の様相論理の証明では, 証明に直接寄与しない部分論理式が多く含まれる場合が多い. 効率的な定理証明を行うためには, 無駄な推論をしないように制御する必要がある. 特に, タブロー法や MGTP のようにモデルを生成する証明法では, 推論制御は不可欠である. 例えば, $\Box(p \supset a \vee b \vee c) \wedge \Box(p \supset q) \wedge \Box p \supset \Box q$ が与えられたとしよう. 前提部の第一の様相アトムは定理の証明に寄与しないが, モデル候補 $\{\Box p\}$ から $\{\Box a\}, \{\Box b\}, \{\Box c\}$ という無駄なモデル候補が生

成される可能性がある. しかし, $\Box q$ を導く必要があることを用いれば, 後向き推論と同様なトップダウン制御が可能となる.

このように, 求めるべき情報 (ゴール情報と呼ぶ) を利用して, 無駄な推論をしないようにトップダウン制御する方式として, Non-Horn Magic Set (NHM)[7] を用いる方式が提案されている. 本方式は, 後向き推論をシミュレートするように節集合を変換するものである. NHM 方式として, 幅優先と深さ優先の 2 方式が提案されている. 幅優先方式は, 変数が順次束縛されるような節を含む場合には適用できないという特徴をもち, 深さ優先方式は, 変数が順次束縛されるような節に対処できるが, 変数の束縛情報を伝搬するためのオーバーヘッドが多いという特徴がある. 様相節変換においては, 変数は $path(W,V)$ を先に調べることで束縛可能なので, 変数の束縛情報を伝搬する必要がない. したがって, 幅優先 NHM 方式の考え方を様相節変換に取り入れる.

幅優先 NHM 方式では, 入力された各節を, 節の後件部の全てのアトムが必要となったら前件部の全てのアトムをゴールとすることを表す節と, 節の後件部の全てのアトムが必要でありかつ前件部が満たされるなら後件部のアトムを生成することを表す節とに変換する. 例えば,

$A_1,\cdots,A_n \rightarrow C_1 \mid \cdots \mid C_m.$

という節は次の 2 節に変換される.

$$goal(C_1),\cdots goal(C_m) \rightarrow goal(A_1),\cdots,goal(A_n).$$

$$goal(C_1),\cdots goal(C_m),A_1,\cdots,A_n \rightarrow C_1 \mid \cdots \mid C_m.$$

ただし, 第一節は $n=0$ のときは生成しない.

図 2の様相節変換において, $f$ というラベルを $goal$ とみなし, 幅優先 NHM 方式の変換を適用しようとすると, 3 の閉分枝規則を表すスキーマ節が問題となる. このスキーマ節は

$t(P,W),goal(P,W) \rightarrow false.$

となるが, この節と幅優先 NHM 方式によって生成される上記の第 2 節とが矛盾することが容易にわかる. したがって, 3 の閉分枝規則を完全に部分計算する必要がある. 図 1からわかるように, 閉分枝規則は生成した世界で矛盾の有無を調べるものである. そこで, 生成した世界の情報をもとの世界に引き上げ, もとの世界で矛盾の有無を調べることを考える. 図 1の例では, $t(q,w_1)$ から $t(\Box q,w_0)$ を生成し, 世界 $w_0$ において矛盾を導く. より厳密には, $\pi$ 規則の特殊化において, 世界を新たに生成しゴール情報を伝搬する節と, 生成された世界からもとの世界に正情報を引き上げる節の両方を生成する. 図 1の例では, $\Box q$ に対して次の 2 節を生成する.

$$goal(\Box q,W) \rightarrow \{new\_world(V)\},$$
$$path(W,V),goal(q,V).$$

$t(q,V),path(W,V) \rightarrow t(\Box q,W).$

さらに, もとの世界で矛盾を調べるために, 与えられた論理式の結論部アトムが導かれたら矛盾 ($false$) であることを記述しておく. 図 1の例では, 結論部の様相アトム $\Box q$ に対して次の 2 節を生成する.

$true \rightarrow goal(\Box q,w_0).$

$t(\Box q,w_0) \rightarrow false.$

幅優先 NHM 方式を取り入れた様相節変換アルゴリズムを図 3に示す. 図 2と同様に, 証明すべき様相論理式として, 様相節 $\varphi_1\wedge\cdots\wedge\varphi_n \supset \psi_1\vee\cdots\vee\psi_m$ が与えられたとしている. 図 3で 1 の各節は, $true \rightarrow t(\varphi_i,w_0)$ および $t(\psi,w_0) \rightarrow false$ に対して幅優先 NHM 方式を適用したものである. 2(a) は, 上述の通り, $\pi$ 規則の特殊化に対応するもので, 世界を新たに生成しゴール情報を伝搬する節と, 生成された世界からもとの世界に正情報を引き上げる節である. 2(b)ii は図 2の 2(b) に幅優先 NHM 方式を適用したものである. ゴール情報の伝搬を明確にしたため, 前提部に現れる $\Box\varphi$ を特別に扱う必要がないことに注意されたい. 2(b)i は, 2(b)ii において $m=0$ とすると不要なゴール情報が生成されるため, 2(b)ii の第 1 節を 2 つに分離したものである.

## 6 評価

本章では, 本稿で提案した様相論理定理証明法の理論的な評価および計算機実験による評価につ

1. 前提部の各様相アトム $\varphi_i$ に対して, 以下の節を生成.
$goal(\varphi_i, w_0) \rightarrow t(\varphi_i, w_0)$.
結論部の各様相アトム $\psi_j$ に対して, 以下の 2 節を生成.
$true \rightarrow goal(\psi_j, w_0)$.
$t(\psi_j, w_0) \rightarrow false$.
2. 後件部に, $goal(\Box\varphi, X)$ あるいは $t(\Box\varphi, X)$ が現れる場合, 以下を繰り返す.
(a) $goal(\Box(\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \supset \psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m), X)$ が現れる場合, 以下の $m+1$ 節を生成. ただし, $j = 1, \cdots, m$.
$goal(\Box(\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \supset \psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m), W)$
$\rightarrow \{new\_world(V)\}, path(W, V), t(\varphi_1, V), \cdots, t(\varphi_n, V), goal(\psi_1, V), \cdots, goal(\psi_m, V)$.
$t(\psi_j, V), path(W, V) \rightarrow t(\Box(\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \supset \psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m), W)$.
(b) $t(\Box(\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \supset \psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m), X)$ が現れる場合,
i. $m = 0$ のとき, すなわち, $t(\Box(\neg\varphi_1 \vee \cdots \vee \neg\varphi_n), X)$ が現れる場合, 以下の 3 節を生成.
$path(W, V) \rightarrow goal(\Box(\neg\varphi_1 \vee \cdots \vee \neg\varphi_n), W)$.
$path(W, V), t(\Box(\neg\varphi_1 \vee \cdots \vee \neg\varphi_n), W) \rightarrow goal(\varphi_1, V), \cdots, goal(\varphi_n, V)$.
$path(W, V), t(\Box(\neg\varphi_1 \vee \cdots \vee \neg\varphi_n), W), t(\varphi_1, V), \cdots, t(\varphi_n, V) \rightarrow false$.
ii. $m > 0$ のとき, 以下の 2 節を生成.
$path(W, V), goal(\psi_1, V), \cdots, goal(\psi_m, V)$
$\rightarrow goal(\Box(\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \supset \psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m), W), goal(\varphi_1, V), \cdots, goal(\varphi_n, V)$.
$path(W, V), goal(\psi_1, V), \cdots, goal(\psi_m, V)$
$t(\Box(\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \supset \psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m), W), t(\varphi_1, V), \cdots, t(\varphi_n, V)$,
$\rightarrow t(\psi_1, V) \mid \cdots \mid t(\psi_m, V)$.

図 3: 幅優先 NHM 方式を取り入れた様相節変換アルゴリズム

いて述べる.

本稿で提案した方式は, 様相節変換に要するコストが問題となる. 様相節変換に要するコストは, 様相論理式の解析に要するコストと入力節の生成に要するコストとに分けられるが, 前者は与えられた様相論理式を一回走査するだけなので, 与えられた様相論理式の文字列長に線形である. また後者は, 節変換アルゴリズムからわかるように, 与えられた様相論理式に含まれる様相演算子の個数に線形である. したがって, 様相節変換に要するコストは与えられた様相論理式の文字列長に線形であることがわかる.

表 3に計算機実験の結果を示す. 表で, schema は 3 章で述べたメタプログラミングによる方式, peval は 4 章で述べた様相節変換の基本方式, nhm は 5 章で述べた幅優先 NHM 方式を取り入れた様相節変換方式である. 分枝数は探索木の幅を表し, 平均証明長は探索木の深さを表す. 実行時間の単位は秒である. 計算機実験にあたっては, KL1 版の MGTP コンパイラを用い, PIM/m の 1 プロセッサ上で計測を行った. 評価に用いた様相論理式は以下の通りである. 例 1 および例 5 は様相記号が複数ある例である.

例 1. 三賢人問題
$\Box_a(dot(a) \vee \Box_b\Box_c\neg dot(a)) \wedge$
$\Box_a\Box_b(dot(b) \vee \Box_c\neg dot(b)) \wedge$
$\Box_a\Box_b\Box_c(dot(a) \vee dot(b) \vee dot(c)) \wedge$
$\Box_a\Box_b\neg\Box_c dot(c) \wedge \Box_a\neg\Box_b dot(b) \supset \Box_a dot(a)$.

例 2. 前件部が長い例
$\Box(p_1 \wedge p_2 \wedge \cdots \wedge p_{50} \supset q \vee r) \wedge \Box p_1$

表 3: 計算機による評価結果

| | | schema | peval | nhm |
|---|---|---|---|---|
| 例 1 | 分枝数 | 5 | 5 | 5 |
| | 平均証明長 | 34 | 20 | 37 |
| | 実行時間 | 0.08 | 0.06 | 0.24 |
| 例 2 | 分枝数 | 51 | 2 | 2 |
| | 平均証明長 | 184 | 106 | 208 |
| | 実行時間 | 1.11 | 0.89 | 4.04 |
| 例 3 | 分枝数 | 52 | 2 | 2 |
| | 平均証明長 | 187 | 108 | 212 |
| | 実行時間 | 1.08 | 0.82 | 4.27 |
| 例 4 | 分枝数 | 67 | 54 | 2 |
| | 平均証明長 | 28 | 14 | 12 |
| | 実行時間 | 0.18 | 0.10 | 0.04 |
| 例 5 | 分枝数 | 193 | 289 | 4 |
| | 平均証明長 | 39 | 21 | 31 |
| | 実行時間 | 1.09 | 1.20 | 0.23 |
| 例 6 | 分枝数 | 3883 | 486 | 2 |
| | 平均証明長 | 71 | 36 | 48 |
| | 実行時間 | 13.78 | 2.39 | 0.45 |

$\wedge \Box p_2 \wedge \cdots \wedge \Box p_{50} \supset \Box(q \vee r)$.

例 3. 推論チェーンが長い例

$\Box p_1 \wedge \Box(p_1 \supset p_2) \wedge \Box(p_2 \supset p_3) \wedge \cdots$
$\wedge \Box(p_{49} \supset p_{50}) \wedge \Box(p_{50} \supset q \vee r) \supset \Box(q \vee r)$.

例 4. 無駄な分枝を生成する例

$\Box(p \supset a \vee b \vee c) \wedge \Box(p \supset d \vee e \vee f) \wedge \Box(p \supset$
$g \vee h \vee i) \wedge \Box(p \supset q \vee r) \wedge \Box p \supset \Box(q \vee r)$.

例 5. 無駄な世界を生成する例

$\Box_a(\Box_c r \wedge \Box_d r \wedge \Box_e r \supset r) \wedge$
$\Box_a(\Box_f s \wedge \Box_g s \wedge \Box_h s \supset s) \wedge$
$\Box_a(\Box_i t \wedge \Box_j t \wedge \Box_k t \supset t) \wedge$
$\Box_a(\Box_b p \supset q \vee r) \wedge \Box_a \Box_b p \supset \Box_a(q \vee r)$.

例 6. 前件部が長くて, 無駄な分枝を生成する例

$\Box(p_1 \wedge p_2 \wedge \cdots \wedge p_{50} \supset a_1 \vee b_1 \vee c_1) \wedge \cdots \wedge$
$\Box(p_1 \wedge p_2 \wedge \cdots \wedge p_{50} \supset a_5 \vee b_5 \vee c_5) \wedge$
$\Box(p_1 \wedge p_2 \wedge \cdots \wedge p_{50} \supset q \vee r) \wedge$
$\Box p_1 \wedge \Box p_2 \wedge \cdots \wedge \Box p_{50} \supset \Box(q \vee r)$.

この評価結果から, 以下のことがわかる.

- 様相節変換の基本方式 (peval) は, メタプログラミング方式 (schema) に比べ, 概して有効である. 特に, 前件部が長くて無駄な分枝を生成する場合 (例 6) に対する効果が大きい. これは, 前提部の 50 個のアトムに対して, メタプログラミング方式は全て分枝を生成し, 閉じているか否かを調べる必要があるのに対し, 様相節変換の基本方式では前件部の照合だけで済むからである. これは, 分枝数が約 1/8 となっていることからもわかる. しかし, 証明に直接寄与しない無駄な分枝や世界を生成してしまうため, メタプログラミング方式よりも悪くなる場合がある (例 5).
- 幅優先 NHM 方式を取り入れた様相節変換方式 (nhm) は, 前件部が長い場合 (例 2) や推論チェーンが長い場合 (例 3) には, メタプログラミング方式よりもかなり悪くなる. これは, ゴール情報伝搬のオーバーヘッドによるものである. 例えば例 2 では, 基本方式に比べて NHM 方式の入力節数および述語総数がそれぞれ約 2 倍になっており, 前件部照合のコストの増大が原因と考えられる. この問題は, 前件部の照合を効率化した節インデキシング方式の導入により改善が期待できる[†1]. これに対し, 例 4, 5, 6 に対しては, 無駄な分枝や世界を生成しないため, 効果が大きい. 分枝数を見れば, 無駄な探索を行っていないことが明らかである. 特に例 6 では, メタプログラミング方式よりも 2 桁性能が向上している.

## 7 おわりに

様相タブロー法の書換え規則を部分計算し, 証明すべき様相論理式を MGTP の入力節に変換する様相節変換方式を述べた. 本方式では, 様相節変換の際に様相論理式を解析するので, 無駄な推論を行わないように制御することができることを示した. 様相節変換のコストが様相演算子の個数

[†1] 実際, 節インデキシング方式を実現した Prolog 版 MGTP 処理系では, NHM 方式はメタプログラミング方式よりもよい結果が得られている

に関して線形であることを示し，さらに計算機実験による評価を行い，本様相論理証明器の有用性を示した．

本稿の様相節変換方式は，様々な様相論理体系に適用可能である．しかし，より高速な定理証明器を実現するためには，各体系に特化した節変換方式を検討する必要がある．また，本方式で用いたモデル生成型定理証明器 MGTP は，並列計算機上で実現されている．本稿では，逐次型を対象としたが，様相論理定理証明からいかに並列性を引き出すかが今後の課題である．

## 謝辞

本方式の計算機上での実現および実験に際して様々な点でご教示いただいた ICOT の越村三幸主任研究員，Prolog 版 MGTP 処理系を提供していただいた三菱電機中央研究所の藤田博氏に感謝します．さらに，本研究にご支援いただいた NTT コミュニケーション科学研究所の西川清史前所長，河岡司所長，中野良平研究グループリーダ，ICOT の内田俊一所長に感謝します．

## 参考文献

[1] M. Abadi and Z. Manna. Modal theorem proving. In *Proc. of the 8th Int. Conf. on Automated Deduction*, pp. 172–189, 1986. LNCS 230.

[2] L. Catach. TABLEAUX: A general theorem prover for modal logics. *J. of Automated Reasoning*, Vol. 7, pp. 489–510, 1991.

[3] L. Farinas del Cerro. Molog, a system that extends Prolog with modal logic. *New Generation Computing*, Vol. 4, pp. 35–50, 1986.

[4] M. Fitting. First-order modal tableaux. *J. of Automated Reasoning*, Vol. 4, pp. 191–213, 1988.

[5] H. Fujita and R. Hasegawa. A model generation theorem prover in kl1 using ramified-stack algorithm. In *Proc. of ICLP'91*, pp. 535–548, 1991.

[6] J. Y. Halpern and Y. Moses. Knowledge and common knowledge in a distributed environment. *JACM*, Vol. 37, pp. 549–587, 1990.

[7] R. Hasegawa, Y. Ohta, and K. Inoue. Non-horn magic sets and their relation tp relevancy testing. Technical Report 834, ICOT, 1993.

[8] P. Jackson and H. Reichgelt. A modal proof method for doxastic reasoning. In P. Jackson, H. Reichgelt, and F. van Harmelen, editors, *Logic-Based Knowledge Representation*, pp. 229–238. MIT Press, 1989.

[9] F. Kroger. Temporal logic of programs. In *EATCS Monographs on Theoretical Computer Science*, pp. 1–148. Spinger-Verlag, 1987.

[10] Y. Shoham. Agent-oriented programming. *Artificial Intelligence*, Vol. 60, pp. 51–92, 1993.

[11] L. A. Wallen. *Automated Proof Search in Non-Classical Logics*. MIT Press, 1989.

[12] 越村，長谷川．モデル生成型証明器上の様相命題タブロ．In *Proc. of LPC'91*, pp. 43–52, 1991.