ICOT Technical Report: TR-0810

TR-0810

モデル生成型定理証明器を用いたアブダクションの計算における効率化手法

太田 好彦、井上 克巳、
長谷川 隆三、中島 誠 JIPDEC

October, 1992

ICOT

Mita Kokusai Bldg. 21F
4-28 Mita 1-Chome
Minato-ku Tokyo 108 Japan

(03)3456-3191～5
Telex ICOT J32964

Institute for New Generation Computer Technology

モデル生成型定理証明器
を用いたアブダクションの計算における効率化手法
A Pruning Technique for Abduction on Model Generation Theorem Provers

太田 好彦 *1, 井上克已 *1, 長谷川 隆三 *1, 中島 誠 *2
Yoshihiko Ohta, Katsumi Inoue, Ryuzo Hasegawa, Makoto Nakashima
*1 (財) 新世代コンピュータ技術開発機構
Institute for New Generation Computer Technology, Tokyo 108, Japan.
*2 (財) 日本情報処理開発協会
Japan Information Processing Development Center, Tokyo 108, Japan.
Keywords: abduction, model generation.

概要

It has been presented that we can translate an abduction framework into a model generation problem. The translation method is called "Skip". The MGTP prover can generate the minimal models of a set of first-order clauses. A large amount of OR-parallelism appears in the translated program. However, the number of model candidates generated by the MGTP prover is often exponential-order. Therefore, we need a pruning technique for the translated program. Since we usually require only the minimal explanations of a query from an abduction framework, non-minimal explanations are redundant. In parallel processing, it is difficult for the MGTP prover to find that model candidates are redundant at intermediate steps.

This paper describes a pruning technique for the MGTP programs translated by the Skip method. Here, it is proved that we may omit model candidates containing multiple instances of an abducible predicate if no predicates in the given theory are multiple-dependent on the abducible predicate. This condition can be checked with information from dependency analysis among predicates. We can also use the MGTP prover as the dependency analyzer. If we make program containing negative clauses (called cut rules) for abducible predicates which satisfy the condition, then these cut rules automatically prune redundant model candidates on the MGTP prover. We illustrate that the cut rules dramatically reduce the number of model candidates generated by the MGTP prover with the translated program. This pruning technique involves no overheads in parallel processing and allows us good performance on the parallel inference machine PIM/m.

1 まえがき

アブダクションは, 与えられた理論から観測の説明を生成する枠組みである. これは, 仮説推論[國藤 87] とよばれることもあり, 診断等の問題を非常にうまく定式化できる [Poole 87 a] とともに不完全な知識 [石塚 88] に基づく問題解決に利用できる [井上 92 a]. しかしながら, このような説明の生成には仮説の組合せ的爆発が生ずる可能性があり, いかにして, 冗長な仮説組合せを生成しないようにするかという手法は極めて重要である.

ところで, 並列推論マシン PIM/m[Nakashima 92] 上で動作する MGTP [Fujita 91] と呼ばれる定理証明器が開発されている. MGTP は, 一階述語論理のプログラムのモデルを OR 並列的に生成し, プログラムの充足可能性を判定することができる.

筆者ら [井上 92 b, 井上 92 c] は, このような MGTP を利用したアブダクションの計算のいくつかの並列計算方法およびそれらの評価について示している. これによれば, MGTP に ATMS[de Kleer 86] 等を結合したシステムは, 逐次処理で比較的良い性能を示しているが, 並列化に限界がある. 一方, MGTP の OR 並列計算を利用し得るように与えられたアブダクションの枠組みを MGTP のプログラムに変換して計算する全モデル生成方式や Skip 方式とよばれる方法では, 良好な台数効果を得ることができる. しかしながら, この全モデル生成方式や Skip 方式は, 仮説の数が多い場合に並列計算可能なプロセスの数が爆発するという問題点がある. 要素プロセッサの数は当然有限であるから, このような場合, 極めて多くのプロセスを各要素プロセッサに割り当てなければならず, 並列計算によっても極めて長い計算時間が必要になってしまう.

本稿は, 全モデル生成方式や Skip 方式の並列計算の効果を損なうことなく, 上記問題点を解決し, アブダクションの計算を効率化することを目的としている. この手法は, 与えられた観測のある説明を包含する他の説明は冗長であることを利用したものである.

本稿の構成は次のようである. 2 章で, モデル生成型定理証明に関するいくつかの定義と MGTP の動作の概略について示す. 3 章で, 本稿で扱うアブダクションの問題を定義する. 4 章で, MGTP 上でアブダクションの問題解決を行う全モデル生成方式と Skip 方式の原理の概略とその問題点を示す. 5 章で, それらによるアブダクションの計算を効率化する一手法を提案し, その効果を例によって示す. さらに, 6 章で並列推論マシン PIM/m 上の実験結果を示し, この手法を評価する.

2 モデル生成型定理証明器

2.1 定義

α_i $(1 \leq i \leq n;\ n \geq 0)$ と β_j $(1 \leq j \leq m;\ m \geq 0)$ とを一階述語論理のアトム, "$\rightarrow$" を含意, "$\wedge$" を連言, "$\vee$" を選言とすると,

$$\alpha_1 \wedge \cdots \wedge \alpha_n \rightarrow \beta_1 \vee \cdots \vee \beta_m. \tag{1}$$

を節といい, 節の集合をプログラムという. また, 任意の節で含意記号の左辺を前件, 右辺を後件という. プログラムの節は, 後件に出現する変数がその前件に出現していなければならない. この条件を値域限定 (range-restrictedness) とよぶ. なお, $m = 1$ の節を確定節, $m = 0$ の節を負節, $m \geq 2$ の節を非ホーン節という. また, $n = 0$ の節は, 正節ともよばれ, 含意記号を省略して記述することもある.

あるプログラム P のエルブラン基底の任意の部分集合をプログラム P の解釈という. P のある解釈を I とし, 節 (1) のいかなる基礎代入 θ に対して, 次のいずれかが成り立つ場合, I は節 (1) を充足するという.

- ある i $(1 \leq i \leq n)$ について $\alpha_i\theta \notin I$.

- ある j $(1 \le j \le m)$ について $\beta_j\theta \in I$.

ある解釈 I がプログラム P の全ての節を充足する場合, I は P のモデルであるという. また, P のモデルが存在するとき P は充足可能であるといい, P のモデルが存在しないとき P は充足不能であるという.

2.2 動作

MGTP の動作は以下のようである. モデル候補の初期値を空集合とおき $(I := \emptyset)$, 次の手続きにより, 与えられたプログラム P の充足可能性を判定する.

P の任意の節 (1) で, ある基礎代入 θ に対して, 全ての i $(1 \le i \le n)$ について $\alpha_i\theta \in I$ (前件部が I で満たされ) かつ全ての j $(1 \le j \le m)$ について $\beta_j\theta \notin I$ (後件部が I で満たされない) 場合, 節 (1) を違反する節とよぶ. このとき, 各 β_j $(1 \le j \le m)$ について, $I_j := I \cup \{\beta_j\theta\}$ とする. このようにモデル候補の要素を増加させることをモデル候補拡張とよぶ. ここに, $m \ge 2$ の場合に, 複数のモデル候補が生成されるが, このことをモデル候補分岐とよぶ. 拡張された各モデル候補を I とし, 同様にこの手続きを繰り返す. もし, I で違反する節が P に存在しなければ, I は P のモデルであり, P は充足可能である. また, 負節の前件部がモデル候補 I で満たされる場合, モデル候補 I は棄却される. もし, 全てのモデル候補が棄却されれば P は充足不能である.

3 アブダクションの定義

本稿で扱うアブダクションの定義を示す.

定義 1 確定節の集合 T, 負節の集合 N および仮定可能な述語 (仮定可能述語; abducible predicate) の集合 A の組 $\langle T, N, A\rangle$ をアブダクションの枠組み (abduction framework) [Eshghi 89] という.

定義 2 アブダクションの枠組み $\langle T, N, A\rangle$ およびアトムの連言 Q が与えられ, A の要素の基礎例の集合の任意の部分集合を E とすると, 次の二つの条件を満たす E を $\langle T, N, A\rangle$ に関する Q の説明という.

- $T \cup E \models Q$.
- $T \cup E \cup N$ は充足可能.

なお, Q を質問あるいは観測という.

定義 3 アブダクションの枠組み $\langle T, N, A\rangle$ に関する質問 Q の任意の説明を E として, いかなる E の真部分集合も Q の説明でないときに, その説明 E は $\langle T, N, A\rangle$ に関する Q の極小説明であるという.

定義 4 アブダクションの枠組み $\langle T, N, A\rangle$ に関する質問 Q の全ての極小説明の集合を $\langle T, N, A\rangle$ に関する Q のアブダクションの解という.

4 MGTP によるアブダクションの解法

4.1 基本原理

MGTP によって, アブダクションの問題を解くために, アブダクションの枠組み $\langle T, N, A\rangle$ と質問 Q にいくつかの制限を加える.

まず, T の任意の確定節

$$\alpha_1 \wedge \cdots \wedge \alpha_n \rightarrow \beta \tag{2}$$

の後件 β の述語は A に属さないとする. 後件 β の述語を仮定可能述語としたい場合には, それに対応する新しい述語からなるアトム β^* を導入し,

$$T := T \cup \{\beta^* \rightarrow \beta\}$$

とし, β の述語を A の要素とはしないで, その代わりに β^* の述語を A の要素とすればよい.

一般に, アブダクションでは, 基礎仮説 (仮定可能述語からなるアトムの基礎例) の項を $T \cup N$ のエルブラン領域に限定できない [Poole 87 b].

例題 1 $T = \{p(X) \rightarrow g(X)\}$, $N = \{p(a) \rightarrow \}$, $A = \{p/1\}$, $g(X)$ を質問とする.

ここで, エルブラン領域を $\{a\}$ とすると, 基礎仮説の集合が $\{p(a)\}$ となり, $g(X)$ の説明は負節により存在しない. しかしながら, a 以外の項を導入すれば, $g(X)$ は説明できる. [Poole 87 b] は, 推論途中で導入されるスコレーム関数を保存して, この問題を解決している. しかしながら, この方法は, PIM/m 上の実装において, かなりのオーバヘッドになることが予想されるので, 次の仮定を設けて基礎仮説の項を $T \cup N$ のエルブラン領域に限定してもよいようにする.

$\alpha_i (1 \leq i \leq n; n \geq 0)$ および β を仮定可能でない述語からなるアトム, $\gamma_j (1 \leq j \leq m; m \geq 0)$ を仮定可能述語からなるアトムとする. T の任意の確定節は, 後件の述語が A に属さないことから

$$\alpha_1 \wedge \ldots \wedge \alpha_n \wedge \gamma_1 \wedge \cdots \wedge \gamma_m \rightarrow \beta \tag{3}$$

と記述でき, γ_j $(1 \leq j \leq m)$ に出現する変数は $\alpha_1 \wedge \cdots \wedge \alpha_n$ に出現していなければならないとする.

このような制限を満たす例を次に示す.

例題 2

$$\begin{aligned} T = \{ \quad & \rightarrow q(a), \\ q(X) \wedge p(X) & \rightarrow g(X)\}, \end{aligned}$$

$N = \{\ p(a) \rightarrow \ \}$, $A = \{p/1\}$, $g(X)$ を質問とする.

この例題では, $q/1$ が仮定可能述語でないから, a 以外の項を導入しても, $g(X)$ の説明は存在しない.

しかしながら, 上の制限を満たす T であっても, 次の例題のように, 質問に仮定可能述語が含まれる場合にはうまくいかない.

例題 3

$$\begin{aligned} T = \{ \quad & \rightarrow q(a), \\ q(X) \wedge p(X) & \rightarrow g(X)\}, \end{aligned}$$

$N = \{p(a) \rightarrow \}$, $A = \{p/1, r/1\}$, $r(X)$ を質問とする.

この例題では, どんな項を導入しても, 質問を説明できる. そこで, 質問 Q に A の要素が出現しないという制限も必要である.

この 2 つの仮定により, 基礎仮説 (仮定可能述語のアトムの基礎例) の項を $T \cup N$ のエルブラン領域に限定できる.

定義 5 与えられたアブダクションの枠組みを $\langle T, N, A \rangle$ とする．$\langle T, N, A \rangle$ に対応する基礎仮説の集合は，

$$G(T, N, A) = \{\gamma^n(t_1, \cdots, t_n) | \gamma^n \in A, t_i \in H(T \cup N)\}$$

である．ここに，γ^n は n 引数の仮定可能述語 (γ/n と書くこともある)，$H(T \cup N)$ は，$T \cup N$ のエルブラン領域である．

定義 6 与えられたアブダクションの枠組みを $\langle T, N, A \rangle$ とする．全モデル生成方式 [井上 92 b, 井上 92 c] による変換プログラムは

$$\begin{aligned} P_a(T, N, A) \equiv T \cup N \cup \{\neg \mathsf{K} X \wedge X \rightarrow \} \\ \cup \{\rightarrow X \vee \neg \mathsf{K} X \mid X \in G(T, N, A)\} \end{aligned}$$

である．

ここで，基礎仮説 X がモデルに含まれないと仮定することを $\neg \mathsf{K} X$ と記述している．これを K リテラルとよび，MGTP は $\neg \mathsf{K} X$ を単に新しい基礎アトムとして処理する．したがって，$\neg \mathsf{K} X$ および X を含んでいるモデル候補は棄却されなければならない．スキーマ

$$\neg \mathsf{K} X \wedge X \rightarrow$$

はこのためのものである．

MGTP によって $P_a(T, N, A)$ のモデルの集合を計算し，得られた各モデルから K リテラルを削除したものの集合は，$E \subseteq G(T, N, A)$ かつ $T \cup E \cup N$ が充足可能な $T \cup E$ の最小モデルの集合となる．

よって，次のようにして，アブダクションの枠組み $\langle T, N, A \rangle$ に関する与えられた質問 Q の解を得ることができる．

1. MGTP によって得られる $P_a(T, N, A)$ のモデルの集合を計算し $\mathcal{M}$ とする．
2. $M_Q = \{ M \mid M \models Q, M \in \mathcal{M}\}$.
3. $\mathcal{E} = \{ E \mid E = G(T, N, A) \cap M, M \in M_Q\}$.
4. $\mathcal{E}$ の要素のうち極小な要素の集合が，アブダクションの枠組み $\langle T, N, A \rangle$ に関する質問 Q の解である．

全モデル生成方式による変換プログラムによれば，$P_a(T, N, A)$ のモデル候補の数は最悪の場合で $2^{|G(T,N,A)|}$ となる．この数を減少させるため，T の確定節の前件に仮定可能述語が出現するところで選言および K リテラルを導入する Skip 方式 [井上 92 b, 井上 92 c] について次に示す．

定義 7 与えられたアブダクションの枠組みを $\langle T, N, A \rangle$，$\alpha_i (1 \le i \le n; n \ge 0)$ および β を仮定可能でない述語からなるアトム，$\gamma_j (1 \le j \le m; m \ge 0)$ を仮定可能述語からなるアトムとする．T の任意の確定節

$$\alpha_1 \wedge \ldots \wedge \alpha_n \wedge \gamma_1 \wedge \cdots \wedge \gamma_m \rightarrow \beta$$

に対応する非ホーン節

$$\alpha_1 \wedge \cdots \wedge \alpha_n \rightarrow (\gamma_1 \wedge \cdots \wedge \gamma_m \wedge \beta) \vee \neg \mathsf{K} \gamma_1 \vee \cdots \vee \neg \mathsf{K} \gamma_m \qquad (4)$$

の集合を $NH(T, A)$ とする．

非ホーン節 (4) は, 選言中に連言が出現する. これは, MGTP によって, 次のように処理される. モデル候補 I において, 全ての i $(1 \leq i \leq n)$ について $\alpha_i\theta \in I$, かつ全ての j $(1 \leq j \leq m)$ について $\neg\mathsf{K}\gamma_j\theta \notin I$, かつ $\beta\theta \notin I$ またはある j $(1 \leq j \leq m)$ について $\gamma_j\theta \notin I$ なる基礎代入 θ が存在すれば, 次の各モデル候補 I_k $(0 \leq k \leq m)$ に分岐する.

- $I_0 := I \cup \{\gamma_1\theta, \cdots, \gamma_m\theta, \beta\theta\}$.
- ある j $(1 \leq j \leq m)$ について, $I_j := I \cup \{\neg\mathsf{K}\gamma_j\theta\}$.

定義 8 与えられたアブダクションの枠組み $\langle T, N, A\rangle$ に対応する Skip 方式による変換プログラムは

$$P_s(T, N, A) \equiv NH(T, A) \cup N \cup \{\neg\mathsf{K}X \wedge X \rightarrow\}$$

である[1].

4.2 問題点

Skip 方式は, MGTP の動作を変更することなく, アブダクションの解を計算することができるが, 次のような問題点がある.

例題 4 次の確定節からなる集合を T とする.

$$\begin{aligned} &\rightarrow q(c_1).\\ &\rightarrow q(c_2).\\ &\quad\vdots\\ &\rightarrow q(c_n).\\ p(X) \wedge q(X) &\rightarrow r(X).\\ r(X) &\rightarrow g(X).\end{aligned}$$

また, 負節の集合を空集合 $(N = \emptyset)$, 仮定可能述語は $p/1$ のみとする $(A = \{p/1\})$. 質問は $g(X)$ とする.

この例題で, $\langle T, N, A\rangle$ に対応する Skip 方式による変換プログラム $P_s(T, N, A)$ は, 次のようになる.

$$\begin{aligned} &\rightarrow q(c_1).\\ &\rightarrow q(c_2).\\ &\quad\vdots\\ &\rightarrow q(c_n).\\ q(X) &\rightarrow (p(X) \wedge r(X)) \vee \neg\mathsf{K}p(X).\\ r(X) &\rightarrow g(X).\end{aligned}$$

ここに, n は正節の数であるが, 基礎仮説の数と等しい. この変換プログラムの MGTP 上の動作の概略は次のようである. モデル候補の初期値 I_0 は $\emptyset$ である. 次に, n 個の正節が各々違反する節として検出され, 新しいモデル候補 I_1 は,

$$I_1 = \{q(c_1), q(c_2), \cdots, q(c_n)\}$$

となる. 次に, このモデル候補で基礎代入 $\{X := c_1\}$ に対して

$$q(X) \rightarrow (p(X) \wedge r(X)) \vee \neg\mathsf{K}p(X)$$

なる非ホーン節が違反する. ここで, 次の 2 つのモデル候補に分岐する.

[1] [井上 92 b, 井上 92 c] に示されているように, N の要素に対しても定義 7 のように非ホーン節に変換してもよい.

- $I_{1,1} = I_1 \cup \{p(c_1), r(c_1)\}$
- $I_{1,2} = I_1 \cup \{\neg \mathsf{K} p(c_1)\}$

この各モデル候補で基礎代入 $\{X := c_2\}$ に対してその非ホーン節は違反する．ここで，次の4つのモデル候補に分岐する．

- $I_{2,1} = I_{1,1} \cup \{p(c_2), r(c_2)\}$
- $I_{2,2} = I_{1,1} \cup \{\neg \mathsf{K} p(c_2)\}$
- $I_{2,3} = I_{1,2} \cup \{p(c_2), r(c_2)\}$
- $I_{2,4} = I_{1,2} \cup \{\neg \mathsf{K} p(c_2)\}$

このような，モデル候補分岐が各々について n 段行われ，モデル候補の数は 2^n となる．以下モデル候補分岐は生じないが，各モデル候補で，もし $r(X)$ の基礎例が含まれていれば，対応する $g(X)$ の基礎例を含むようにモデル候補が拡張される．最終的には，違反する節がなくなり，結局，2^n 個のモデルが生成される．

MGTP は，モデル候補分岐した後の処理を並列に実行可能である．しかしながら，モデル候補の数は爆発的なので，十分な数の要素プロセッサを有する並列計算機を用意することは困難である．

ところで，この例題の解は $\{\{p(c_1)\}, \cdots, \{p(c_n)\}\}$ であって，解の数は n である．しかしながら，2^n の数のモデル候補は，生成してみなければ質問を充足しかつ他の説明を包含する説明であることはわからない．

そこで，与えられたアブダクションの枠組みを静的に解析し，冗長であるモデル候補を調べ，モデル候補を刈るルールを生成して，与えられたアブダクションの枠組みに追加しておく方法を次に示す．

5 枝刈りルールによる効率化

5.1 原理

以下では，質問 Q を仮定可能述語でないアトムに限定する．この制限を設けることにより，仮定可能述語と任意の述語の依存関係について，T だけを解析すればよいようになる．一般に，アトムの連言 $\alpha_1 \wedge \cdots \wedge \alpha_n$ を質問 Q としたい場合は，新しい述語 β とその質問に含まれる変数の組 $\mathbf{X}$ を用いて

$$T := T \cup \{\alpha_1 \wedge \cdots \wedge \alpha_n \rightarrow \beta(\mathbf{X})\}$$

として，$\beta(\mathbf{X})$ を質問 Q とすればよい．

与えられた確定節の集合 T の任意の述語と仮定可能述語との依存関係を以下のように定義する．

定義 9 与えられた確定節の集合 T 中の任意の確定節は，後件の述語の定義節という．

定義 10 仮定可能述語は，その述語自身にのみ依存する．

定義 11 ある述語は，与えられた確定節の集合 T のその定義節の前件の述語が依存する仮定可能述語に依存する．

定義 12 ある仮定可能述語に依存する述語が，ある確定節の前件に複数出現する場合，その確定節の後件の述語は，その仮定可能述語に重複して依存する *(multiple-dependent)* という．

例題 4 において，述語の依存関係は次のようである．

- $p/1$ は，$p/1$ に依存する．
- $q/1$ は，$p/1$ に依存しない．
- $r/1$ は，$p/1$ に依存するが，重複して依存しない．
- $g/1$ は，$p/1$ に依存するが，重複して依存しない．

よって，T の任意の述語は，仮定可能述語 $p/1$ に重複して依存しない．次の例題は重複して依存する述語を含む例である．

例題 5 次の確定節からなる集合を T とする．

$$\begin{aligned} t(X) \wedge q(Y) \wedge p(X) \wedge p(Y) \rightarrow r(X,Y). \\ q(X) \wedge p(X) \rightarrow s(X). \\ s(X) \wedge p(X) \rightarrow t(X). \\ q(X) \wedge p(X) \rightarrow u(X). \\ t(X) \wedge p(X) \rightarrow u(X). \\ \rightarrow t(a). \\ \rightarrow q(a). \end{aligned}$$

ここで，$p/1$ が仮定可能述語であるとする．この例において，述語の依存関係は次のようである．

- $r/2$ は，$p/1$ に重複して依存する．
- $s/1$ は，$p/1$ に重複して依存しない．
- $t/1$ は，$p/1$ に重複して依存する．
- $u/1$ は，$p/1$ に重複して依存しない．

[補題] 与えられた確定節の集合 T 中の任意の述語がある仮定可能述語 γ に重複して依存しなければ，

$$T \cup \{\gamma(\mathbf{t_1}), \gamma(\mathbf{t_2})\}$$

の最小モデルは，$T \cup \{\gamma(\mathbf{t_1})\}$ の最小モデルと $T \cup \{\gamma(\mathbf{t_2})\}$ の最小モデルとの和集合に等しい．ここに，$\mathbf{t_1}$ および $\mathbf{t_2}$ は，任意の基礎項の組とする．

[証明] ここで，$T \cup \{\gamma(\mathbf{t_1}), \gamma(\mathbf{t_2})\}$ の最小モデル M が，$T \cup \{\gamma(\mathbf{t_1})\}$ の最小モデル M_1 と $T \cup \{\gamma(\mathbf{t_2})\}$ の最小モデル M_2 との和集合に等しくないと仮定する． T は確定節の集合であるから，$M \supset (M_1 \cup M_2)$ である．よって，$\beta\theta \in M$ かつ $\beta\theta \notin M_1$ かつ $\beta\theta \notin M_2$ なる基礎アトム $\beta\theta$ が存在する．この場合，後件が β である確定節

$$(\alpha_1 \wedge \cdots \wedge \alpha_n \rightarrow \beta) \in T$$

が存在し，さらに，$\alpha_i\theta \in M_1$ かつ $\alpha_i\theta \notin M_2$ なる i $(1 \leq i \leq n)$ および，$\alpha_j\theta \notin M_1$ かつ $\alpha_j\theta \in M_2$ なる j $(1 \leq j \leq m)$ が存在する．ここで，$\alpha_i\theta$ と $\alpha_j\theta$ は，仮定可能述語 γ の基礎例を導入するすることにより初めて成り立つので，α_i および α_j に対応する述語は，それぞれ，仮定可能述語 γ に依存している．よって，与えられた確定節の集合 T 中の β の述語が仮定可能述語 γ に重複して依存していることになり，前提に反するので補題が証明された．■

定理 1 $\langle T, N, A\rangle$ を与えられたアブダクションの枠組みとする. もし, T 中の任意の述語がある仮定可能述語 γ に重複して依存しなければ, 負節

$$C = (\gamma(\mathbf{X}) \wedge \gamma(\mathbf{Y}) \wedge \mathbf{X} \neq \mathbf{Y} \rightarrow\ )$$

として, $\langle T, N, A\rangle$ に関する質問 Q の解は, $\langle T, N \cup \{C\}, A\rangle$ に関するその質問 Q の解と等しい. なお, このような負節 C を枝刈りルール *(cut rule)* とよぶ.

[証明] $\langle T, N, A\rangle$ に関する Q の解が $\langle T, N \cup \{C\}, A\rangle$ に関する Q の解と等しくないと仮定する. すると, $T \cup N \cup \{C\} \cup E$ が充足不能な $\langle T, N, A\rangle$ に関する Q の極小説明 E が存在する. $T \cup N \cup E$ は充足可能であり, さらに N が負節の集合であることから

$$T \cup E \models \gamma(\mathbf{X}) \wedge \gamma(\mathbf{Y}) \wedge \mathbf{X} \neq \mathbf{Y}.$$

このとき, ある基礎例 $\gamma(\mathtt{t_1})$ および $\gamma(\mathtt{t_2})$ $(\mathtt{t_1} \neq \mathtt{t_2})$ が存在して,

$$T \cup E \models \gamma(\mathtt{t_1}) \wedge \gamma(\mathtt{t_2}).$$

さらに, 仮定可能述語 γ が T のいかなる節の後件に出現しないことから,
$\gamma(\mathtt{t_1}) \in E$ かつ $\gamma(\mathtt{t_2}) \in E$ である. ここで,

$$E' \equiv E \setminus \{\gamma(\mathtt{t_1}), \gamma(\mathtt{t_2})\}$$

とおく.

一方, T 中の任意の述語が γ に重複して依存しないことと補題により, $T \cup E$ の最小モデルは, $T \cup E' \cup \{\gamma(\mathtt{t_1})\}$ の最小モデルと $T \cup E' \cup \{\gamma(\mathtt{t_2})\}$ の最小モデルとの和集合に等しい. また, E が Q の $\langle T, N, A\rangle$ に関する極小説明であることから, $T \cup E$ の最小モデルは, Q のある基礎例を含んでいる. よって, Q のその基礎例は, $T \cup E' \cup \{\gamma(\mathtt{t_1})\}$ の最小モデルに属するかまたは, $T \cup E' \cup \{\gamma(\mathtt{t_2})\}$ の最小モデルに属する. これは, E が Q からの極小説明であることに反するので, 定理が証明された. ■

5.2 検出方法

与えられたアブダクションの枠組み $\langle T, N, A\rangle$ のうち, T および A を下記のような MGTP の節に変換して, 定理 1 の条件部を満たす仮定可能述語を検出できる. 以下に示す方法は, ボトムアップ型の定理証明器上でのアブダクションの方法 [Stickel 91] の基本原理を利用している.

以下, $d(\hat{\beta}, \hat{E})$ は, 述語 $\hat{\beta}$ は $\hat{E}$ の要素に依存する (dependent) と読む. $\hat{E}$ は, A の部分集合である. もし, T の任意の述語 $\hat{\beta}$ が仮定可能述語であれば, 定義 10 により, $\rightarrow d(\hat{\beta}, \{\hat{\beta}\})$. また, 確定節 $\alpha_1 \wedge \cdots \wedge \alpha_n \rightarrow \beta$ に対して, 定義 11 により,.

$$d(\hat{\alpha}_1, \hat{E}_1) \wedge \cdots \wedge d(\hat{\alpha}_n, \hat{E}_n) \rightarrow d(\hat{\beta}, \bigcup_{i=1}^{n} \hat{E}_i) \tag{5}$$

である.

$m(\hat{\beta}, \hat{E})$ を述語 $\hat{\beta}$ が仮定可能述語の集合 $\hat{E}$ の要素に重複して依存する (multiple-dependent) と読むことにすると, 確定節 $\alpha_1 \wedge \cdots \wedge \alpha_n \rightarrow \beta$ に対して $(n \geq 2)$, 定義 12 により, $(i \neq j) \wedge (1 \leq i \leq n) \wedge (1 \leq j \leq n)$ なる任意の i, j に関して,

$$d(\hat{\alpha}_i, \hat{E}_i) \wedge d(\hat{\alpha}_j, \hat{E}_j) \rightarrow m(\hat{\beta}, \hat{E}_i \cap \hat{E}_j) \tag{6}$$

である. このような節の数は, $n \cdot (n-1)/2$ である. そこで, $n \geq 3$ なる確定節

$$\alpha_1 \wedge \cdots \wedge \alpha_n \rightarrow \beta$$

に対して, 節 (5) および (6) の代わりに, 次の $n-1$ の節を用いてもよい.

$$d(\hat{\alpha}_1, \hat{E}_1) \wedge d(\hat{\alpha}_2, \hat{E}_2) \rightarrow c_{k,2}(\hat{E}_1 \cup \hat{E}_2) \wedge m(\hat{\beta}, \hat{E}_1 \cap \hat{E}_2).$$

$$c_{k,2}(\hat{E}_1) \wedge d(\hat{\alpha}_3, \hat{E}_2) \rightarrow c_{k,3}(\hat{E}_1 \cup \hat{E}_2) \wedge m(\hat{\beta}, \hat{E}_1 \cap \hat{E}_2).$$

$$\vdots$$

$$c_{k,n-1}(\hat{E}_1) \wedge d(\hat{\alpha}_{n-1}, \hat{E}_2) \rightarrow$$
$$c_{k,n}(\hat{E}_1 \cup \hat{E}_2) \wedge m(\hat{\beta}, \hat{E}_1 \cap \hat{E}_2).$$

$$c_{k,n}(\hat{E}_1) \wedge d(\hat{\alpha}_n, \hat{E}_2) \rightarrow d(\hat{\beta}, \hat{E}_1 \cup \hat{E}_2) \wedge m(\hat{\beta}, \hat{E}_1 \cap \hat{E}_2).$$

k はもとの節を他の節と区別するための識別子であり, $c_{k,l}/1$ $(2 \leq l \leq n)$ は依存関係の中間結果を保存するためのものである. なお, 仮定可能述語にビット位置を割り当て, 仮定可能述語の集合をビットベクタで表現しておくと, 集合演算の高速化をはかることができる.

5.3 考察

例題 4 について, 仮定可能述語 $p/1$ に重複依存する述語は T に存在しないから, 仮定可能述語 $p/1$ に関する枝刈りルール

$$p(X) \wedge p(Y) \wedge X \neq Y \rightarrow$$

を導入することができる.

この枝刈りルールを加えた場合の Skip 方式による変換プログラムの MGTP 上の動作の概略は次のようである. 初期モデル候補 $\emptyset$ から, 次の 4 つのモデル候補に分岐するまでは, 枝刈りルールを導入しない場合と同様である.

- $I_{2,1} = \{p(c_1), r(c_1)\} \cup \{p(c_2), r(c_2)\}$
- $I_{2,2} = \{p(c_1), r(c_1)\} \cup \{\neg \mathsf{K} p(c_2)\}$
- $I_{2,3} = \{\neg \mathsf{K} p(c_1)\} \cup \{p(c_2), r(c_2)\}$
- $I_{2,4} = \{\neg \mathsf{K} p(c_1)\} \cup \{\neg \mathsf{K} p(c_2)\}$

MGTP は, 違反する節の検出で負節は他の節よりも優先的に処理するように実装されているから, $p(c_1)$ と $p(c_2)$ とを含むモデル候補 $I_{2,1}$ は即座に棄却される. 残りのモデル候補には, 高々 1 個の基礎仮説を含んでいる. 同様にして, 以降 n 段まで実行されるが, モデル候補の数は $(n+1)$ 個で抑えられる. すなわち, MGTP によって生成されるモデル候補の数を枝刈りルールを導入することにより, 基礎仮説の数の指数オーダから多項式オーダに減少させることができる.

5.4 枝刈りルールの変形

この枝刈りルールは, 全ての複合基礎仮説の空間を単一基礎仮説の空間だけにその計算を限定するものであって, 適用できない場合もある. そこで, この枝刈りルールの手法の適用範囲を広げるために, 定理 1 のいくつかの変形について示す.

T の任意の述語がある複数の仮定可能述語 $\gamma_1, \cdots, \gamma_m$ に重複して依存しなければ, 定理 1 を繰返し適用できる. すなわち, 1 から m の j について, 枝刈りルール

$$C_j = (\gamma_j(\mathbf{X}) \wedge \gamma_j(\mathbf{Y}) \wedge \mathbf{X} \neq \mathbf{Y} \rightarrow)$$

を導入し, 次のアブダクションの枠組みに対して問題を解けばよい.

$$\langle T, N \cup \bigcup_{j=1}^{m}\{C_j\}, A\rangle.$$

次に, 枝刈りルールの別の変形を示す. T 中の任意の述語が相異なる仮定可能述語 γ_1 および γ_2 の両者に依存しないことがわかれば, 負節

$$C_{1,2} = (\gamma_1(\mathbf{X}) \wedge \gamma_2(\mathbf{Y}) \rightarrow)$$

として, アブダクションの枠組み $\langle T, N \cup \{C_{1,2}\}, A\rangle$ に対して問題を解けばよい. この例を次にあげる.

例題 6 次の確定節の集合 T があって, $Q =$ くしゃみ (太郎) という観測を説明する.

- 人 $(X)\wedge$ カゼ $(X) \rightarrow$ くしゃみ (X).
- 人 $(X)\wedge$ 花粉症 $(X) \rightarrow$ くしゃみ (X).
- 人 (太郎).

"カゼ /1" と "花粉症 /1" は, 仮定可能述語であるとする.

T 中に "カゼ /1" かつ "花粉症 /1" の両方に依存する述語はない. よって, 枝刈りルール

カゼ $(X)\wedge$ 花粉症 $(Y) \rightarrow$

が適用できて, { カゼ (太郎), 花粉症 (太郎)} に対応するモデル候補の生成を防ぐことができる. すなわち, { カゼ (太郎)} または { 花粉症 (太郎)} に対応するそれぞれのモデル候補のみを生成する.

以上の枝刈りルールの前件には, いずれも 2 つの仮定可能述語が出現するが, 同様にして, 仮定可能述語からなるアトムの異なる基礎例が k 以上導入されたモデル候補を刈る役目を果たす枝刈りルール, あるいは, 相異なる k 個の仮定可能述語からなるアトムの各基礎例が導入されたモデル候補を刈る役目を果たす枝刈りルール等が考えられる. また, これらを組み合せることができる.

6 実験結果

次のような例題を用いて, 要素プロッセサの数が 64 台の並列推論マシン PIM/m 上の MGTP による実行時間を計測した. この実験結果を用いて, 本手法を適用した場合としない場合との比較を行う.

例題 7 [Maruyama 88]

2 つの整数の最大公約数を計算する機能を有し, チップ面積と性能の制約条件を満たす回路を設計せよ. ここに, チップ面積の制約条件として基本セル数の上限値を与え, 性能の制約条件として遅延時間の上限値を与える.

この問題を定義 1 の枠組で定式化した. 確定節の集合 T の要素数は 116 である. 次の確定節は, T の確定節の例を説明するためのものである.

$$\begin{array}{l} control\_box(X1) \wedge inverter(X2) \wedge register(X3) \wedge \\ \quad register(X4) \wedge multiplexer(X5) \wedge \\ \quad multiplexer(X6) \wedge\ comparator(X7) \wedge \\ \quad subtracter\ with\_MUX(X8) \wedge \\ \quad satisfy\_constraints\_for\_GCD(\{X1, \cdots, X8\}) \\ \rightarrow \\ \quad calculator\_of\_GCD(\{X1, \cdots, X8\}). \end{array}$$

表 1: 要素プロセッサ数 64 の PIM/m 上の MGTP での実行時間

基本セル数	遅延時間	枝刈りルールなし		枝刈りルールあり	
		実行時間 [s]	モデル候補数	実行時間 [s]	モデル候補数
300	40	83	5536	7	1087
400	50	1800 以上	$2^{44}+63$ 以上	23	3239
500	60	1800 以上	$2^{54}+63$ 以上	26	3955

この確定節は, 次のように読む. $X1$ が制御回路であり, かつ $X2$ がインバータであり, かつ $X3$ がレジスタであり, かつ $X4$ がレジスタであり, かつ $X5$ がマルチプレクサであり, かつ $X6$ がマルチプレクサであり, かつ $X7$ が比較器であり, かつ $X8$ がマルチプレクサ付きの減算器であり, かつ $X1$ から $X8$ までを組み合わせた回路が最大公約数を計算する回路の制約を満たしているならば, $X1$ から $X8$ までを組み合わせた回路が最大公約数を計算する回路である. ここで, 基本セル数の決まっている CMOS 標準セルによって, 各部分回路はマッピングされる. このマッピングのための知識もまた T の確定節として表現されている.

また, 負節の集合 N の要素数は 5 である. 次の 負節は, N の負節の例を説明するためのものである.

$$calculator\_of\_GCD(X) \wedge \ delay\_time(X,T) \wedge$$
$$time\_limit(L) \wedge greater\_than(T,L) \ \rightarrow .$$

この負節は, 次のように読むことができる. X が最大公約数を計算する回路であり, かつ X の遅延時間が T であり, かつ L が遅延時間の上限値であり, かつ T が L よりも大きいならば偽である.

仮定可能述語の集合 A の要素数は 4 である. 上記の

$$satisfy\ constraints\ for\ GCD/1$$

という述語は, 仮定可能述語としている.

このようなアブダクションの枠組みに Skip 方式による変換を施したプログラムを生成した. また, 擬似並列マルチ PSI システム上の MGTP により 1.4 秒の計算時間を費やし重複依存しない仮定可能述語を全て検出した. その後, 枝刈りルールを導入したアブダクションの枠組みに Skip 方式による変換を施したプログラムを生成した. このような枝刈りルールを導入しない場合と導入した場合のそれぞれのプログラムの実行時間を表 1 に示す. この実行時間は, 要素プロセッサ数 64 の PIM/m 上の MGTP によるものである. この実験結果により, 枝刈りルールを導入することにより, 最大公約数を計算する回路の制約がきつい場合に約 10 倍程度の高速化が得られることがわかった. さらに, 制約をゆるくした場合, 枝刈りルールを導入しないと 30 分以内に解を得ることができなかった. MGTP によって生成されるモデルの数の理論値は, 表 1 に示すように, 莫大な数になってしまうからである. これに 枝刈りルールを導入すると, 二十数秒で解を得ることができた. MGTP によって生成されるモデルの数の実験値は, 表 1 に示すように, 枝刈りルールを導入しない場合と比較して, 極めて少数に抑えられている. これは, 特に,

$$satisfy\_constraints\_for\_GCD/1$$

という仮定可能述語に関する枝刈りルールが極めて有効に作用している. なお, 要素プロセッサの数を変化させたときの実行時間については [井上 92 b, 井上 92 c] に示されている.

7 むすび

並列モデル生成型定理証明器 MGTP 上でアブダクションの問題解決を行う全モデル生成方式や Skip 方式において，説明の極小性から冗長とみなされるモデル候補を刈るための負節を導入して計算の効率化を行う手法を提案した．このような負節は与えられたアブダクションの枠組みの静的解析により生成され，その理論的正当性を証明した．また，本手法を適用しない場合の MGTP によって生成されるモデル候補の数が基礎仮説の数の指数オーダであるのに対して，本手法を適用することにより，多項式オーダにすることができることを例示した．一方，本手法は全てのアブダクションの枠組みに適用できるわけではなく，その適用範囲を広げるためにいくつかの変形を示した．

また，本手法は，逐次型のモデル生成型定理証明器 SATCHMO [Manthey 88] を用いてアブダクションの問題を解くときにも有効である．一方，トップダウン情報を付加させることによるボトムアップ型のアブダクションの高速化 [Ohta 92] もまた，本手法を適用したプログラムに合わせて用いることができる [井上 92 b, 井上 92 c].

謝辞

本研究の機会を与えて下さり，常に御指導頂いている ICOT の渕一博所長ならびに現慶応義塾大学古川康一教授に深く感謝致します．また，東芝情報システム (株) の越村三幸氏には，KL1 のある組込み述語の制限を解消するためのアイデアを提供して頂いたことに感謝します．

参考文献

[de Kleer 86] de Kleer,J.: An Assumption-based TMS, *Artif. Intell.*, **28**, pp.127–162 (1986).

[Eshghi 89] Eshghi,K. and Kowalski,R.A.: Abduction Compared with Negation by Failure, *Proc. of ICLP-89*, pp.54–70 (1989).

[Fujita 91] Fujita,H. and Hasegawa,R.: A Model Generation Theorem Prover in KL1 Using a Ramified-stack Algorithm, *Proc. of ICLP-91*, pp.535–548 (1991).

[石塚 88] 石塚 満: 不完全な知識の操作による次世代知識ベース・システムへのアプローチ, 人工知能学会誌, **3**, pp.552-562 (1988).

[井上 92 a] 井上 克巳: アブダクションの原理, 人工知能学会誌, **7**, pp.48–59 (1992).

[井上 92 b] 井上 克巳, 太田 好彦, 長谷川 隆三, 中島 誠: MGTP 上の仮説推論システム, Technical Report TR-763, ICOT (1992).

[井上 92 c] 井上 克巳, 太田 好彦, 長谷川 隆三, 中島 誠: モデル生成に基づく並列アブダクション, 人工知能学会誌, (投稿中) (1992).

[國藤 87] 國藤 進: 仮説推論, 人工知能学会誌, **2**, pp.22-29 (1992).

[Manthey 88] Manthey,R. and Bry,F.: SATCHMO: A Theorem Prover Implemented in Prolog, *Proc. of CADE-88, Lecture Notes in Computer Science* **310**, Springer-Verlag, pp.415–434 (1988).

[Maruyama 88] Maruyama,F., Kakuda,T., Masunaga,Y., Minoda,Y., Sawada,S. and Kawato,N.: co-LODEX: A Cooperative Expert System for Logic Design, *Proc. of FGCS-88*, pp.1299-1306 (1988).

[Nakashima 92] Nakahima,H., Nakajima,K., Kondo,S., Takeda,Y., Inamura,Y. and Onishi,S.: Architecture and Implementation of PIM/m, *Proc. of FGCS-92*, pp.425–435 (1992).

[Ohta 90] Ohta,Y. and Inoue,K.: A Forward-chaining Multiple-context Reasoner and Its Application to Logic Design, *Proc. of TAI-90*, pp.386–392 (1990).

[Ohta 92] Ohta,Y. and Inoue,K.: A Forward-chaining Hypothetical Reasoner Based on Upside-down Meta-interpretation, *Proc. of FGCS-92*, pp.522–529 (1992).

[Poole 87 a] Poole,D., Goebel,R. and Aleliunas,R.: Theorist: A Logical Reasoning System for Defaults and Diagnosis, Cercone,N. and McCalla,G. (Eds.), *The Knowledge Frontier: Essays in the Representation of Knowledge*, Springer-Verlag, pp.331–352 (1987).

[Poole 87 b] Poole,D.: Variables in Hypotheses, *Proc. of IJCAI-87*,pp.905–908 (1987).

[Stickel 91] Stickel,M.,E.: *Upside-down Meta-interpretation of the Model Elimination Theorem-proving Procedure for Deduction and Abduction*, Technical Report TR-664, ICOT (1991).