

TR-106

Qute 処理系操作説明書

桜井 貴文 (東京大学)

藤田 正幸 (三菱総合研究所)

April, 1985

「本研究は第5世代コンピュータプロジェクトの
一環として行なわれた」

©1985, ICOT

ICOT

Mita Kokusai Bldg. 21F
4-28 Mita 1-Chome
Minato-ku Tokyo 108 Japan

(03) 456-3191~5
Telex ICOT J32964

Institute for New Generation Computer Technology

目次

Part 1 Quteの定義 1

1. 序 1

2. Quteのsyntax 1

2.1 定数と変数 2

2.2 expression 3

2.3 pattern 4

2.4 自由変数 5

3. unification 7

4. Quteのsemantics 8

4.1 evaluable subexpression 8

4.2 書き換え規則 11

5. implementにおける変更点 15

5.1 特殊文字と予約語 15

5.2 symbol 15

5.3 関数定義とglobal変数 15

5.4 unification 17

5.5 suspend 17

Part 2 Qute 処理系の操作 18

1. Qute の操作 18

1. 1 起動 18

1. 2 関数定義 18

1. 3 実行 20

1. 4 エラー 20

1. 5 終了 21

1. 6 ログの参照 22

2. デバッグ 22

2. 1 デバッグのための基本的コマンド 22

2. 2 デバッガの使用例 24

3. 組み込み関数 24

3. 1 算術演算子 24

3. 2 入出力 25

3. 3 コマンド 26

4. プログラム例 27

索引 43

付録 A Qute のBNF 47

Part 1 Quteの定義

1. 序

Quteは、Prolog及び大部分の論理型言語の特徴であるunificationを取り入れた関数型プログラミング言語である。即ち、大部分の関数型言語が変数に値を与える際（例えば引数の受け渡しの時）一方向の代入によるのに対し、Quteは両方向性を持ったunificationによっている。この様に論理型言語と関数型言語が融合されているので、Quteでは論理型言語であるProlog風のプログラムを書く事もできるし、関数型言語であるML風のプログラムを書く事もできる。Quteのプログラムは並列に評価する事ができる（例えば並列and）。しかも評価の順序にかかわらず結果は同一である。QuteではPrologにおけるorの代わりにif-then-elseが基本構成要素になっているが、結果が同一である事を保証するためにif-then-elseの定義は、unificationを取り入れた事と相まって、普通の言語における場合とは異なる。即ち、ある条件（if部の変数が‘十分’にinstantiateされる）が満たされるまでは、then部またはelse部の評価に移らない。従ってQuteではif-then-elseを使ってある種の同期を必要とするプログラムを書く事ができる。

Quteのプログラムが終了した時の状態はConcurrent Prologと同様に、succeed, fail, suspendの3つのいずれかである。但しsucceedの時は、値を持つ。

ここではQuteはどのようなプログラミング言語であるかをinformalに説明する。formalな定義は、佐藤雅彦・桜井貴文による「QUTE: A Functional Language Based on Unification」(FGCS '84 Proceedings)を参照されたい。

2. Quteのsyntax

Quteのプログラムはexpressionと呼ばれる。expressionは変数と定数からいくつかのconstructorによって順々に構成される。またexpressionのうちある形をしたものはpatternと呼ばれ、後に説明する様に‘データ’の役割を持っている。

2.1 定数と変数

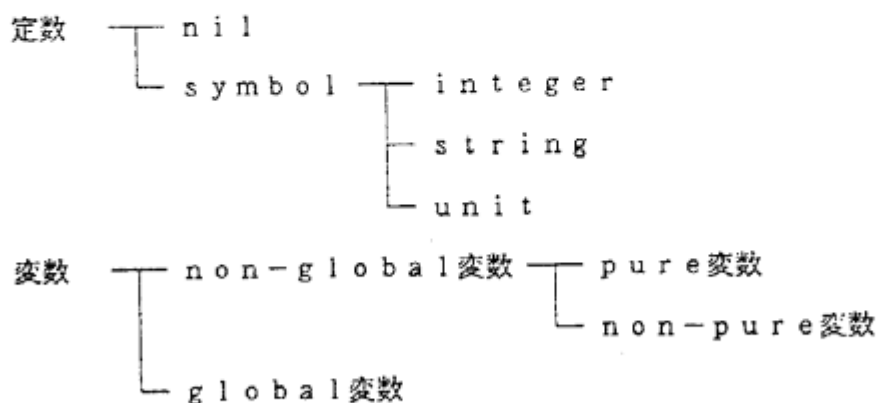
定数は`nil`と`symbol`の2種類から成る。`nil`と呼ばれる定数は唯一つで、*と書かれる。`symbol`は`integer`, `string`, `unit`の3種類から成る。`integer`は十進表示で表現され、`string`は" "で囲まれた文字列で表現される。但し、文字列の中に"を入れたい時は\で`escape`する。また`unit`と呼ばれる定数も唯一で()と書かれる。

```
例 integer  . . . . 0 2 123
      string  . . . . "apple" "Qute"
                        "double quote\" "
```

変数は`non-global`変数と`global`変数の2種類から成る。`non-global`変数は`pure`変数と`non-pure`変数から成り、`pure`変数は大文字で始まる文字列または1文字の英字の後に0個以上の数字列を付けた文字列で表される。`non-pure`変数は`pure`変数の前に1個以上の#を付けたものである。`global`変数は小文字で始まる長さ2以上の英数字列で`pure`変数でない文字列で表される。

```
例 pure変数      . . . . X Qute x y1
      non-pure変数 . . . . #Y ##x12
      global変数  . . . . foo qute
```

まとめると、



2. 2 expression

expressionは次のいずれかである。但しaとbとcはexpressionである。

- (E1) 変数
- (E2) symbol
- (E3) * % nil
- (E4) (a. b) % list
- (E5) a, b % and
- (E6) $\lambda a. b$ % function
- (E7) a; b % sequential-and
- (E8) if ,a then b else c,
 % if-then-else
- (E9) $\neg a$ % negation
- (E10) a b % application
- (E11) a = b % unification

(E3) ~ (E11) をそれぞれ%以降に書いた名で呼ぶ。

(E3), (E4) はLispのnil, dotted pairに対応するもので、Lispと同様のlist notationをもつ。

例 [a, b] は [a. [b. *]]

[] は *

丸かっこはgroupingのために用いる。また以下の省略形を用いる。

省略形	expression
< a >	(λ () . a) ()
fail	(0 = 1)
f a < - b	f = ($\lambda a. b$)

andとsequential-andは右に、applicationは左に
associateする。

例 a, b, c は a, (b, c)
a; b; c は a; (b; c)
a b c は (a b) c

これらのexpressionのimplement上での表現及び優先度について
は付録Aを見よ。優先度については以下それに従う。

例 append (X, Y) <-
 if #X = [] then
 #Y
 else if #X = [X1, X2] then
 [X1, append (X2, #Y)]
 else
 fail

2.3 pattern

patternは特別な形のexpressionであり、次のいずれかである。
但しaとbはexpressionを、pとqはpatternを表す。

- (P1) 変数
- (P2) symbol
- (P3) *
- (P4) p. q
- (P5) (p. q)
- (P6) λ a. b

例 "apple"

```

x, 1, 2
("apple", "orange", "grape")
λx. foo x

```

2.4 自由変数

expression中に現れるfunction及びif-then-elseのif部とthen部はlocalなscopeを形成する。

例えば次のexpression

```
X, λX. X
```

において、2番目と3番目に現れるXは同じ変数であるが、最初に現れるXと2番目に現れるXは異なる変数である。また

```
X, if X=1 then X else X
```

において1番目と4番目のXは同じ変数、2番目と3番目のXは同じ変数であるが、1番目と2番目のXは異なる変数である。

scope内から外の変数にaccessしたい時は、変数の前に#をつける。

例えば

```
X, λX. #X
```

において、1番目のXと#X は同じ変数を表している。更に

```
X, λ#X. #X
```

とすればすべての変数は同じ変数を表すことになる。if-then-elseにおいても同様で

```
X, if #X=1 then #X else X
```

とすればすべての変数(Xと#X)は同じものとなる。

scopeはnestしてもよい。その場合#1個につき1つのscopeから出る。

従って

```

X1,
if #X1=X2 then
    if #X2=X3 then ##X1 else foo X2
else
    X1

```


において右肩に同じ添字をもつ変数が同じものである。scopeはglobal変数に対しては効力を持たない。

expressionにおいて一番外のscopeから見える変数(global変数を含める)を自由変数という。上のexpressionにおいて自由変数はX'とfooである。

例 $V = (X, Y) ; (1, X) = Y ; (\lambda x. (x, \#V)) Z$
の自由変数はV X Y Z

#は変数の前にのみ現れるが、以下では一般のpattern pに対し#pという表記を許し#pの自由変数はpの自由変数で、globalでない変数には#を加えたものと定義する。patternの前に#を2個以上付ける時も同様である。

例 # (X, Y, 1) の自由変数 #X #Y
($\lambda x. \text{foo}(x, \#x)$) の自由変数 foo #x

自由変数と同様に自由patternを定義することができる。但し、変数以外の自由patternは#...#pという形の一部としてのみ表れるとする。

例 $(1, X) = Y ; (\lambda x. (x, \#(X, Y))) z$
の自由patternは、

X Y (X, Y) z

であり、

$\lambda x. (\#(1, x), \lambda x. \#\#(2, x))$

の自由patternは、

(1, x) (2, x)

であり、

$(\lambda z. \text{foo}(\#X, Z, \#\#W)) Y$

の自由patternは、

`foo X #W`

である。

3. unification

`unification`は`pattern`についてのみ定義する(`expression`については定義しない)。二つの`pattern`の自由変数に適当な代入を行って同じ`pattern`のなるとき、2つの`pattern`は`unify`できる、と定義する。さらにその2つの`pattern`が`unify`してできた`pattern`とは2つの`pattern`を`unify`する代入のうち最も一般的な代入によってできた`pattern`とする。

例1 (X, Y) と $(1, 2)$ は`unify`できる

できた`pattern`は $(1, 2)$

$X, 2, Z$ と $1, Y$ は`unify`できる

できた`pattern`は $1, 2, Z$

$\lambda x. \text{foo } x$ と $\lambda y. \text{foo } y$ は`unify`できない

$\lambda x. \text{foo } \#X$ と $\lambda x. \text{foo } \#Y$ は`unify`できる

できた`pattern`は $\lambda x. \text{foo } \#X$ または $\lambda x. \text{foo } \#Y$

$\lambda x. \text{foo } \#X$ と $\lambda x. \text{foo } (1)$ は`unify`できない

$\lambda x. \text{foo } \#X$ と $\lambda x. \text{foo } \#(1, Y)$ は`unify`できる

できた`pattern`は $\lambda x. \text{foo } \#(1, Y)$

`occur check`するかしないかは定めないが、する場合でも`function`の中に現れる変数については`check`しない。

例2 X と $\lambda x. \#X$ は`unify`できる

できた`pattern`は $\lambda x. \#(\lambda x. \#(\lambda x. \dots))$

いう無限`pattern`である

この様に無限`pattern`を許す様に`pattern`の定義は拡張されるが、これは

recursive functionを定義可能にするためである。

実はここでのunificationの定義はfunctionに関しては1節であげた論文での定義より拡張されている。論文の定義では2つのfunctionが全く同じものである時のみunifyできる。

例3 例1の4組のfunctionは論文の定義ではいずれもunifyしない。

4. Quteのsemantics

expressionの評価はexpressionの書き換え可能なsub-expression (evaluable subexpressionと呼ばれる) を次々と書き換えることによって進む。evaluable subexpression に対して書き換え規則を適用しようとする

- r 1) 書き換え規則が適用されて別のsubexpressionに書き換えられる。
- r 2) 書き換え規則が適用されて書き換えが失敗する。
- r 3) 書き換え規則が適用できない。

のいずれか1つが起こり、expressionの評価はつぎの3つの場合に終了する。

- i) evaluable subexpressionがなくなったとき
 - ii) 書き換えに失敗したとき
 - iii) どのevaluable subexpressionに対しても書き換え規則が適用できないとき
- i) ii) iii) の場合をそれぞれsucceed, fail, suspendと呼ぶ。evaluable subexpressionは一般に複数個存在するが、どの順序で書き換えても終了する限り結果は同じである。

以下、evaluable subexpressionの定義と書き換え規則の説明をする。

4. 1 evaluable subexpression

expression a に対しそのevaluable subexpressionの集合 Σa を次の様に定義する。

- ・ p が変数、定数または `function` のとき $\Sigma p \equiv \phi$
- ・ $\Sigma (a, b) \equiv \Sigma a \cup \Sigma b$
- ・ $\Sigma (a, b) \equiv \Sigma a \cup \Sigma b$
- ・ $\Sigma (a = b) \equiv \begin{cases} \Sigma a \cup \Sigma b & \text{if } \Sigma a \equiv \phi \text{ or } \Sigma b \equiv \phi \\ \{a = b\} & \text{otherwise} \end{cases}$
- ・ $\Sigma (a ; b) \equiv \begin{cases} \Sigma a & \text{if } \Sigma a \equiv \phi \\ \Sigma b & \text{if } \Sigma a \equiv \phi \text{ and } \Sigma b \equiv \phi \\ \{a ; b\} & \text{otherwise} \end{cases}$
- ・ $\Sigma (a \ b) \equiv \begin{cases} \Sigma a \cup \Sigma b & \text{if } \Sigma a \equiv \phi \text{ or } \Sigma b \equiv \phi \\ \{a \ b\} & \text{otherwise} \end{cases}$
- ・ $\Sigma (\text{if } a, \text{ then } b \text{ else } c) \equiv \{\text{if } a \text{ then } b \text{ else } c\}$
- ・ $\Sigma (\neg a) \equiv \{\neg a\}$

Σa が空であることと a が `pattern` であることは同値である。従って `evaluable subexpression` の定義から次のことがわかる。

- (1) 評価が `succeed` したとき結果は `pattern`。従って `pattern` は `expression` の標準形であり、プログラミング言語 `Qute` における 'データ' と見なすことができる。
- (2) `unification` の形の `subexpression` は $=$ の左辺と右辺が `pattern` になるまで書き換えられた後で書き換えられる。
- (3) `sequential-and` の形の `subexpression` は、まず ; の前の `expression` が `pattern` になるまで書き換えられ、次に ; の後の `expression` が `pattern` になるまで書き換えられる。
- (4) `application` の形の `subexpression` は、関数部と引数部が `pattern` になるまで書き換えられた後で書き換えられる。これは関数適用は `call-by-value` により計算されることを意味している。

(5) if-then-elseとnegationの形のsubexpressionはそのsubexpressionが先に書き換えられることはない。

evaluable subexpressionは次のいずれかの形をしている。(p, qはpattern, a, b, cはexpression)

- i) $p = q$
- ii) $p ; q$
- iii) $p \quad q$
- iv) if a then b else c
- v) $\neg a$

例 次のexpression

$x = 1, f(gx, y = hx), (z = [u, v] ; kz)$

のevaluable subexpressionは

$x = 1 \quad gx \quad hx \quad z = [u, v]$

である。

expression aの自由patternに現れるpure変数を新しいpure変数に換え、non-pure変数の#を1つ取ってできたexpressionを、aをrenameしたexpressionという。

例 $X = Y, (\lambda Z. foo(\#X, Z, \#\#W)) Y, \#X = Z$

をrenameすると

$X0 = Y0, (\lambda Z. foo(\#X0, Z, \#W)) Y0, X = Z0$

であり

$\lambda x. foo(x, \#[y, z]), baa(X, \#[Y, Z])$

をrenameすると

$\lambda x. foo(x, \#[y0, z0]), baa(X0, [Y, Z])$

4. 2 書き換え規則

ここでは `evaluable subexpression` がどのような規則に従って書き換えられるかを説明する。前節 i) ~ v) の形の `evaluable subexpression` に対してはそれぞれ次の (1) ~ (5) の規則によって書き換えが試みられる。その際 4 節の初めて述べた様に 3 つの場合 r1), r2), r3) のいずれかが起こる。以下 r1) が起こって `expression` が E1 から E2 に書き換わるとき

E1 $\triangleright$ E2

という記法を用いる。

(1) unification

両辺の `pattern` の `unification` が行われる。そして

r1) `unification` が成功した時

$p = q \triangleright p$ と q を `unify` してできた `pattern`

r2) `unification` が失敗した時

となる。r1) の場合 `unification` の結果変数に代入が起こるので `expression` の他の部分の同じ変数も書き換えられる。

例 ・ $X = 1, \text{foo } X \triangleright 1, \text{foo } 1$

・ $X = \{Y\}, Y = 1, \text{if } \#X = \{Y\} \text{ then} \dots$

$\triangleright \{Y\}, Y = 1, \text{if } \# \{Y\} = \{Y\} \text{ then} \dots$

$\triangleright \{1\}, 1, \text{if } \# \{1\} = \{Y\} \text{ then} \dots$

2 番目の例で、`if-then-else` の `if` 部の Y と外の Y は違う事に注意。

注) 1 節であげた論文の定義では変数を書き換えるのではなく、`environment` に登録する。3 節で述べたように `function` の `unification` にも違いがあるので、`semantics` に若干の違いが生ずる。ここでは、例をあげるにとどめる。

$(\lambda x. \lambda y. \# x) 1 = (\lambda x. \lambda y. \# x) 1$ を評価する場合ここで
の定義に従うと `succeed` して値は $\lambda y. 1$ であるが、論文での定義に従うと `fail` する。

(2) sequential-and

r 1) 常時

$$p; q \triangleright q$$

例 $Z = (X, Y) ; X=1 ; Y=2 ; Z$

$$\triangleright (X, Y) ; X=1 ; Y=2 ; (X, Y)$$

$$\triangleright (1, Y) ; 1 ; Y=2 ; (1, Y)$$

$$\triangleright (1, 2) ; 1 ; 2 ; (1, 2)$$

$$\triangleright 1 ; 2 ; (1, 2)$$

$$\triangleright 2 ; (1, 2)$$

$$\triangleright (1, 2)$$

(3) application

pq という形のevaluable subexpressionにこの規則を適用しようとする場合

r 1) p がfunctionの時

p は $\lambda a, b$ であり a, b をrenameしたexpressionを a', b' であるとする、

$$pq \triangleright a' = q ; b'$$

r 2) p がfunctionでも変数でもない時

r 3) p が変数の時

となる。 p が変数の時r 3)であるのは、その変数が後にfunctionになるかそれ以外のpatternになるかわからないので、規則の適用を保留するのである。

例 $(\lambda x, y. (x, y)) (1, 2)$

$$\triangleright (x 0, y 0) = (1, 2) ; (x 0, y 0)$$

$$\triangleright (1, 2) ; (1, 2)$$

$$\triangleright (1, 2)$$

(4) if-then-else

evaluable subexpressionは if a then b
else c であるとする。 if a then * else * の自由変
 数の列をVとし、a, bをrenameしたexpressionをa', b' と
 する。そしてa' を他の subexpressionとは独立に評価する。即
 ち、評価中に起こった変数への代入は他のsubexpressionに影響しな
 いとする。a' の評価がsucceedした時その結果起こる代入をσとする。

r 1) i) a' の評価がsucceedし、VσがVのvariantである時

if a then b else c ▷ b' σ

ii) a' の評価がfailした時

if a then b else c ▷ c

r 2) なし

r 3) iii) a' の評価がsucceedし、VσはVのvariantではない
 時

iv) a' の評価がsuspendした時

iii) の時r 3) であるのはσとこのif-then-else以外の部分で後に
 Vになされ得る代入がcompatibleであるかどうかわからないからである。

i) の様に他の部分とは無関係に評価が進む時は、書き換えてよい。また ii) の
 時は、a' の評価がfailするならa' をinstantiateした
 expressionの評価もfailするので書き換えてよい。

例 if部とthen部がlocalなscopeを形成する (2. 4節)

ので、次のexpressionでXとYは局所変数である。従って

Vは空である。

・ if (1, 2) = (X, Y) then foo (X, Y)
else fail
 ▷ foo (1, (2))

次の2つはr 3) の例であり、評価はsuspendする

・ if #Z = (X, Y) then ...
 ・ if #X = #Y then ...

次のexpressionでZ = (1, 2) と if ... はいずれも
 evaluable subexpressionであるが最初は

$Z = (1, 2)$ の方が書き換え可能である。

・ $Z = (1, 2),$

if # $Z = (X, Y)$ then $\text{foo}(X, Y)$

else fail

$\triangleright (1, 2),$

if # $Z = (X, Y)$ then $\text{foo}(X, Y)$

else fail

$\triangleright (1, 2), \text{foo}(1, (2))$

また

・ $Z = (A, A),$ if # $Z = (X, X)$ then $\text{foo } X$

$\triangleright (A, A),$ if # $(A, A) = (X, X)$ then

$\triangleright (A, A), \text{foo } A$

であるが、次の exp は

・ $Z = (A, B),$ if # $Z = (X, X)$ then

$\triangleright (A, B),$ if # $(A, B) = (X, X)$ then

となった所で suspend する。

この様に if-then-else は自由変数が '十分' に instantiate されるまで書き換えられないので、一種の同期機構として働く。(Part 2 の例を参照)

(5) negation

$\text{evaluable subexpression}$ は $\neg a$ であるとする。 a の自由変数の列を V とし、 a を他の subexpression とは独立に評価する。

a の評価が succeed した時その結果起こる代入を σ とする。

r1) a の評価が fail した時

$\neg a \triangleright ()$

r2) a の評価が succeed し、 $V\sigma$ は V の variant である時

r3) a の評価が succeed し、 $V\sigma$ は V の variant でない時、または

a の評価が suspend した時

これからわかる様に $\neg a$ は if a' then fail else $()$ (但し

a' は a の自由変数のうち global でないものに # を 1 つ付けた expres -

sion) で定義できる。

5 implementにおける制限

5.1 特殊文字と予約語

expressionの定義で使われている特殊文字 (列) は以下の様に普通の文字 (列) に対応させる

λ	lambda
<u>if</u>	if
<u>then</u>	then
<u>else</u>	else
$\neg$	~
<u>fail</u>	fail
$\leftarrow$	<-

この時lambda, if, then, else, failはglobal変数と区別がつかなくなるので、これらは予約語として扱う。

5.2 symbol

implementでは()と" () ", []と" [] "は同一視される。

5.3 関数定義とglobal変数

$f a \leftarrow b$ は2.2節で述べた様に $f = (\lambda a. b)$ の略であるが、implementでは、 $f a \leftarrow b$ という表記はtop levelに現れかつfがglobal変数である時のみ許す。即ちこの表記はunificationというよりは一種のコマンドとみなす。fがすでに値(function)を持っている時でもそれをcancelして代入する。

```
例  cons (x, y) <- {x, y}
      cons (1, 2)
```

1行目で`cons`という`global`変数に $\lambda x, y. (x, y)$ という値を与え2行目でそれを使う。

さらにこのコマンドによってのみ`global`変数に値を与える事ができる。即ち`expression`の評価中に`global`変数と`unify`できるのは変数のみであり、かつ`global`変数同士`unify`する時は同じ`global`変数の時のみ成功する。4節の`semantics`に従えば変数に代入が起こった時は変数はその値で置き換えられるのであるが、`global`変数については、字づらだけが問題になると思えばよい。

例	<code>cons = x</code>	<code>succeed</code>
	<code>cons = {x, y}</code>	<code>fail</code>
	<code>cons = cons</code>	<code>succeed</code>
	<code>cons = add</code>	<code>fail</code>

そして`global`変数の値は、その`global`変数が`application`の関数部に現れた時のみその値を取り出され`application`が計算される。

例 `cons`が先の例の定義を持っているとすると

```
f = cons, f (1, 2)
▷ cons, cons (1, 2)
▷ * cons, [1, 2]
```

定義を持たない`global`変数を`apply`しようとするすると4節で述べた`semantics`に従えば書き換え規則を適用できず他の部分を書き換えようとするのであるが、`implement`では`error message`を出し実行を中断する。しかし、`non-global`変数の時は正しく`semantics`に従う。

例 `car (1, 2) . . . . . error`
`Car (1, 2) . . . . . suspend`

```
Car [1, 2], Car = λ (x, y). x
▷* 1, λ (x, y). x
```

5. 4 unification

implementではoccur checkはしない。しかも（大部分のPrologと同様に）無限patternのunificationを正しくimplementしていないのでunificationが止まらないこともあり得る。

global変数のunificationについては5. 2節で述べた制限がある。

5. 5 suspend

4節で述べた様にif-then-elseには書き換え規則を適用できないことがあり、その判定はif部を評価することによりなされる。従って書き換え規則が適用可能になるまで何度もif部が評価されることになるが、if部の評価に手間がかかる場合何度も繰り返すのは無駄であるし、if部の評価中に副作用のある関数がある場合何度も評価するのは具合が悪い。implementでは、if部を評価した後の状態を保存しておくことより2度目以降規則が適用可能かどうかの判定は現在の状態とその状態を比較することによりなされる。従って評価は一度しかなされない。

negationについても事情は同じである。

例 次のexpressionにおいて

```
..., if write #X; #X=1 then
      "yes"
      else "no", ...
```

4節のsemanticsによればこのif-then-elseに規則の適用を試みる度にXの値が出力されるが、implementでは何回適用が試みられるかによらず、1回しか出力されない。

Part 2 Quteの処理系の操作

1 Quteの操作

1.1 起動

QuteをDEC TOPS-20上で起動するときには、モニタ・コマンドのトップレベルで

```
@qute
```

という命令を入力する。するとQuteの処理系は以下のようにメッセージとプロンプト '>' を返す。

```
Qute version 1.0  
>
```

この状態でQute処理系は、Qute言語の文の入力を待っている。

また、Qute処理系はDEC-10 Prologで書かれているので、異常が発生すると、DEC-10 Prologのトップレベルにもっとしてしまうことがある。そのときは、

```
?-qute.
```

という述語を入力すると、再びQuteのトップレベルを呼び出すことができる。このとき、関数の定義は異常発生以前と変わっていない。

1.2 関数定義

Qute処理系は以下の2つの方法による関数定義を受け入れる。

- (1) 端末から定義式を入力する。
- (2) ファイルにある定義式を読み込む。

第一の方法では、例えば、

```
> cons (X, Y) <- (X, Y).
```

と端末から入力することにより関数定義が行われる。

第2の方法では、エディタにより書き込まれたソースプログラムが `cons. p` というファイルにあるとき、

```
> consult ("cons. p").
```

という入力により、処理系はこのファイルからプログラムを読み込み定義する。

繰り返し同じ名前の関数を定義した場合には、最新の定義が残り、前の定義は消去される。

Quite 処理系の受理する関数定義の構文は、以下の形に限定される。

```
<関数名><引数> <- <処理>.
```

但し <関数名>は `global` 変数、<引数>と<処理>はそれぞれ付録のBNFの<list>と<exp>でなければならない。

ファイル読み込みの場合には関数を `compile` することもできる。それは、

```
> compile ("cons. p").
```

という入力により実行することができる。`compile`された関数は `consult`されたものより数倍早い。

複数のファイルを、`consult`または`compile`するときは、ファイル名をリストにして

```
> consult ("cons. p", "etc. p", ...).  
> compile ("cons. p", "etc. p", ...).
```

と入力する。ファイルに実行文が含まれている時、`consult`すればそれは実行され、`compile`すれば無視される。

1. 3 実行

Qute処理系における実行とは、`expression`の評価の事である。
例えば、先の`cons`という関数の場合

```
> cons (1, 2).
```

と入力すると以下のような結果が出力される。

```
succ: [1, 2]
```

この様に、`expression`を入力し、. (ピリオド) で終わると、その
`expression`が評価され結果が出力される。評価が終わったときの状態
は、Part 1で述べたように3つの場合があり、次のように表示される。

`succ`: 最終的に`pattern`が得られた場合

`fail`: 書き換えが失敗した場合

`suspend`: 書き換えがこれ以上できない場合

さらに、`succeeded`したときは結果の`pattern`も出力される。

1. 4 エラー

シンタックス・エラー

シンタックス・エラーのある場合、DEC-10 Prologと同様に、バ
ーザがエラーを見つけた場所を示して来る。

例

```
> cons (1, 2.
```

```

*****SYNTAX ERROR*****
cons (1, 2
***here***

```

その他のエラー

実行時のエラーは理論上はないが、Part 1 5. 3節で述べたように定義されていない関数を呼んだときにはPrologのデバッグモードに入り、定義されていない関数名を表示する。その関数呼出は、failしたとして、さらに評価は続行される。トップレベルに戻ると、Prologのデバッグモードから抜ける。

```

例  > append ([1, 2], [3]).
      % Unknown procedure: Sappend/5
      % Failing back...
      Debug mode switched on
      fail:
      Debug mode switched off
      >

```

この例では、評価はすぐにfailするが、例えばif-then-elseのif部で未定義関数が呼ばれたときはfailして、else部の評価に移るので、Prologのデバッガへの命令を与えなければならない。この様なときは、'a' (abort) と入力して評価を放棄し、Prologのトップレベルに戻って、1. 1で述べた方法で回復するとよい。

1. 5 終了

Quitの処理系からモニタ・コマンドのレベルに出るためには、exitという関数に任意の引数を与えて評価すればよい。また、Prologのトップレベルに出るためには、プロンプトが表示され入力待ちの状態になっているときに

、C-Zを入力するか`abort`という組み込み関数に任意の引数を与えて評価すればよい。

1. 6 ログの参照

ログは`Prolog`のログファイルにためられる。すなわち、

```
prolog.log
```

がログの入っているファイルである。

2. デバッグ

2. 1 デバッグのための基本的コマンド

`QuTe`処理系には`DEC10-Prolog`のような逐次実行して停止するトレースモードはない。デバッグのために或る関数にトレーサを付けたいときは組み込み関数`trace`を用いて

```
trace <関数名>
```

を評価すればよい。（システム関数を除く任意の関数の名前に対してユーザはトレーサをつけることができる。）このトレーサはキーボードからのコントロールなしに関数の呼び出しと結果を内部処理の順番どおりに出力する。対応する呼び出しと結果は同じ番号のヘッダーが順次つけられる。

また、複数の関数にトレーサをつけたいときには、リストを使って

```
trace [<関数名>, ...]
```

という形で、評価すればよい。

トレーサは関数名に対してつけられるので、同じ関数名で新たな関数を定義した時にもトレーサは残る。ある関数のトレーサを解除したいときには、組み込み関数`notrace`を用いて、

`notrace <関数名>`

という関数適用を評価すればよい。また複数の関数のトレーサをはずすときは、

`notrace [<関数名>, ...]`

という形が使える。すべてのトレーサをはずすときには引数を `()` として、

`notrace ()` .

とすればよい。トレーサの付いた関数が呼びだされたときは、

`n <関数名> <引数>`

`success`した時は

`n <関数名> <引数> = <値>`

`fail`した時は

`n <関数名> fail:`

と出力される。ただし、`n` は1つの呼出し毎に割り当てられる番号であり、これによりどの呼出しと終了が対応するかがわかる。

`Qute`では、関数の本体を評価中`suspend`し、他の関数の本体の評価終了後再開することもあるので、呼出と終了は例えば`Prolog`におけるように入れ子にはならない。なお、評価中に起こる`suspend`に関しては、トレーサによる出力はなされない。

2. 2 デバッガの使用例

つぎは、`append`をおこなう関数のトレースの実行例である。

```
> app (X, Y) <-
>       if #X = * then #Y
>       else X = (X1, X2);
>       (X1. app (X2, Y)).
function <app> is defined
> trace (app).
FUNCTION <app> HAS TRACER
succ: app
> app ([1, 2], [3]).
0> app [1, 2], [3]
1> app [2], [3]
2> app *, [3]
2< app *, [3]      = [3]
1< app [2], [3]    = [2, 3]
0< app [1, 2], [3] = [1, 2, 3]
succ: [1, 2, 3]
>
```

3. 組み込み関数

Qute処理系の`version 1.0` に組み込まれている関数には、以下の
ようなものがある。

3. 1 算術演算

四則の演算子については中置記法のみが許され、その強さは一般的なものと
同じである。(他の`expression`との関係については、付録のBNFを参
照)

$X + Y$	;;	XとYの和を返す
$X - Y$	;;	XとYの差を返す
$X @ Y$	;;	XとYの積を返す
X / Y	;;	XとYの商を返す
<code>mod (X, Y)</code>	;;	XのYによる剰余を返す
<code>gt (X, Y)</code>	;;	$X > Y$ ならば () を返し、それ以外するとき ;; failする
<code>lt (X, Y)</code>	;;	$X < Y$ ならば () を返し、それ以外とき ;; failする
<code>ge (X, Y)</code>	;;	$X \geq Y$ ならば () を返し、それ以外の ;; ときfailする
<code>le (X, Y)</code>	;;	$X \leq Y$ ならば () を返し、それ以外の ;; ときfailする

以上の関数は、XまたはYが整数でも変数でもないときにfailし、その他のときは、suspendする。

3. 2 入出力

```

read ( )
write (<expression>)
nl ( )
consult    ( <ファイル名> )
            | ( <ファイル名リスト> )
compile    ( <ファイル名> )
            | ( <ファイル名リスト> )
<ファイル名>    := <string>
<ファイル名リスト> ::= [ <ファイル名>, ... ]

```

3. 3 コマンド

```
listing    ( <関数名> )  
           | ( ) ; ; 定義式のリスティング  
trace      ( <関数名> )  
           | ( <関数名リスト> ) ; ; トレーサを付ける  
notrace    ( <関数名> )  
           | ( <関数名リスト> )  
           | ( ) ; ; トレーサを解除する  
<関数名リスト> ::= [ <関数名>, . . . ]
```

```
timer      ( "on" )  
           | ( "off" ) ; ; タイマールーチンのonとoff  
reset      ( ) ; ; すべての関数定義, トレーサ, タイマーを消す  
abort      ( ) ; ; Prologのモードになる  
exit       ( ) ; ; モニタ・レベルになる
```

注) | はor, ; ; は注釈をあらわす

4. プログラム例

今回、新しい言語であるQuteを理解するときの参考にもなるように、Quteのプログラム例として、つぎの七つのプログラムを作成した。

- ・eight queens
- ・quick sort (sequential, parallel)
- ・Erastosthenes' sieve
- ・missionaries and cannibals
- ・magic series
- ・hamming sequence
- ・expansion of function

それぞれのプログラムとその実行結果を、以下で説明する。

(i) eight queens

チェスの盤面に並べられた8個のqueenが、互いにチェックされていないようにするパズルである。プログラムは、1～8までの整数の順列を作りながら、その順列をqueenの配置にみたてて、互いにチェックされているかどうかを調べている。

結果

```
> queen(8).
```

```
succ: +(5, 7, 2, 6, 3, 1, 4, +8)
```

プログラム

% **** Eight Queens ****

queen(N) <- SO = generate(N); try(N,SO,1,SO,[],[],[]).

```
generate(N) <-  
  if #N = 0 then  
    []  
  else  
    [N.generate(N-1)].
```

```
try(C,SR,SC,SO,Rs,CpRs,CmRs) <-  
  if #C = 0 then  
    #Rs  
  else if #SR = [] then  
    fail  
  else  
    SR = [R.SR1];  
    if try1(#C,#R,#SC,#SO,#Rs,#CpRs,#CmRs) = Q then  
      Q  
    else  
      try(C,SR1,SC+1,SO,Rs,CpRs,CmRs).
```

```
try1(C,R,SC,SO,Rs,CpRs,CmRs) <-  
  CpR = C+R, notmem(CpR,CpRs),  
  CmR = C-R, notmem(CmR,CmRs),  
  SO1 = delete(SO,SC);  
  try(C-1,SO1,1,SO1,[R.Rs],[CpR,CpRs],[CmR,CmRs]).
```

```
delete([A.L],K) <-  
  if #K = 1 then  
    #L  
  else  
    [A.delete(L,K-1)].
```

```
notmem(A,L) <-  
  if #L = [] then  
    ()  
  else  
    L = [B.L1];  
    if ~(#A = #B) then  
      notmem(#A,#L1)  
    else ---  
      fail.
```


(ii) quick sort

`quick sort` の方法でリストの整列を行うプログラムである。部分リストの整列を同時に行うものと、そうでないものと二種類作成した。

結果

```
> qsort ((8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1)).  
succ:  (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)
```

プログラム

% Quick Sort (parallel sort)

qsort(X) <- qsort1(X, R, []); R,

qsort1(L, R, R0) <-

```
  if #L = [X, L0] then
    partition(L0, X, L1, L2);
    qsort1(L2, R1, #R0); qsort1(L1, #R, [X, R1])
  else
    R = R0.
```

partition(L, X, L1, L2) <-

```
  if #L = [X0, L0] then
    if le(#X0, ##X) then
      ##L1 = [#X0, L1];
      partition(#L0, ##X, L1, ##L2)
    else
      #L2 = [X0, L2];
      partition(L0, #X, #L1, L2)
  else
    L1 = L2 = [].
```

QSORT2.Q.1

% Quick Sort (sequential sort)

qsort(X) <- qsort1(X, []).

qsort1(L, R0) <-

```
  if #L = [X, L0] then
    (L1, L2) = partition(L0, X);
    qsort1(L1, [X, qsort1(L2, #R0)])
  else
    R0.
```

partition(L, X) <-

```
  if #L = [X0, L0] then
    (L1, L2) = partition(L0, #X);
    if le(#X0, ##X) then
      ([#X0, #L1], #L2)
    else
      (L1, [X0, L2])
  else
    ([], []).
```

(iii) Eratosthenes' sieve

素数を昇順に求めて行くプログラムである。整数を1から順に作るプログラムと、前に得られた素数でふるいにかけるプログラムが、同時にはしる。

結果

```
>primes ( ).
```

2

3

5

7

11

13

17

19

23

29

31

37

41

43

47

53

59

61

67

71

プログラム

```
% Eratosthenes' sieve
primes() <- integers(2, i), sift(i, J), outstream(J).

integers(x, [x, 1]) <- integers(x+1, 1).

sift(i, J) <-
  if #i = [p, 1] then
    #J = [p, J]; filter(I, p, r), sift(r, J)
  else
    fail.

filter(i, p, r) <-
  if #i = [n, 1] then
    if mod(#n, #p) = 0 then
      filter(#I, #p, #r)
    else
      #r = [n, R]; filter(I, #p, R)
  else
    fail.

outstream(l) <-
  if #l = [x, L] then
    write(x); nl(); outstream(L)
  else
    fail.
```

(iv) missionaries and cannibals

それぞれ三人の宣教師と人喰い人種を、一隻のボートで川の向う岸まで渡す有名なパズルである。ボートは、三人乗りで、ボート、川岸どちらでも、宣教師の数が人喰い人種の数よりも少なくなってはいけない。

結果

```
> m_c ( ).  
[ ("M". 3), ("C". 3), "Boat"]  
[ ("M". 3), ("C". 1)]  
[ ("M". 3), ("C". 2), "Boat"]  
[ ("M". 3), ("C". 0)]  
[ ("M". 3), ("C". 1), "Boat"]  
[ ("M". 1), ("C". 1)]  
[ ("M". 2), ("C". 2), "Boat"]  
[ ("M". 0), ("C". 2)]  
[ ("M". 0), ("C". 3), "Boat"]  
[ ("M". 0), ("C". 1)]  
[ ("M". 0), ("C". 2), "Boat"]  
[ ("M". 0), ("C". 0)]  
succ: ( )
```

注) ("M", N) は、宣教師がN人川のこちら側にいることをあらわす。

("C", N) は、人喰い人種がN人川のこちら側にいることをあらわす。

"BOAT" は、ボートが川のこちら側にいることをあらわす。

プログラム

% MISSIONARIES AND CANNIBALS

```
m_c() <-
  Statelist =
    search([[ "M".3], [ "C".3], "Boat"],
           [[ "M".0], [ "C".0]],
           [[["M".0], [ "C".2]],
            [ "M".1], [ "C".1]],
            [ "M".2], [ "C".0]],
            [ "M".0], [ "C".1]],
            [ "M".1], [ "C".0]]],
           [[["M".3], [ "C".3], "Boat"]]);
  revoutstream(Statelist).

% search(leftbank state, rightbank state, move list)

search(Leftbank, Rightbank, Movelist, Statelist) <-
  Allmoves = [[["M".0], [ "C".2]],
               [ "M".1], [ "C".1]],
               [ "M".2], [ "C".0]],
               [ "M".0], [ "C".1]],
               [ "M".1], [ "C".0]]];
  if #Leftbank = [[ "M".0], [ "C".0]] then #Statelist
  else if #Movelist = * then fail
  else if boatat(#Leftbank) then
    if [Newl, Newr] =
      move(##Leftbank, ##Rightbank, car(##Movelist));
      newstate(Newl, ##Statelist) then
        search(Newl, Newr, ##Allmoves, [Newl, ##Statelist])
    else
      search(#Leftbank, #Rightbank, cdr(#Movelist),
             #Statelist)
  else if [Newr, Newl] =
    move(#Rightbank, #Leftbank, car(#Movelist)) ;
    newstate(Newl, #Statelist) then
      search(Newl, Newr, #Allmoves, [Newl, #Statelist])
  else search(Leftbank, Rightbank, cdr(Movelist), Statelist).

boatat(Bank) <-
  if #Bank = [X, Y, "Boat"] then ()
  else fail.

move(From, To, Passengers) <-
  [depart(From, Passengers), arrive(To, Passengers)].

depart(Bank, Passengers) <-
  Bank = [[ "M".Bm], [ "C".Bc], "Boat"];
  Passengers = [[ "M".Pm], [ "C".Pc]];
  Xm = Bm - Pm; Xc = Bc - Pc;
  if lt(#Xm, 0) then fail
  else if lt(#Xc, 0) then fail
  else if st(#Xm, 0) then
    ge(#Xm, #Xc); [[ "M".#Xm], [ "C".#Xc]]
  else [[ "M".Xm], [ "C".Xc]].
```

```

arrive(Bank,Passengers) <-
  Bank = [[M*.Bm],[C*.Bc]];
  Passengers = [[M*.Pm],[C*.Pc]];
  Xm = Bm + Pm; Xc = Bc + Pc;
  if gt(Xm,0) then
    ge(Xm,Xc); [[M*.Xm],[C*.Xc],"Boat"]
  else [[M*.Xm],[C*.Xc],"Boat"].

newstate(X,Y) <-
  if Y = * then ()
  else
    Y = [Y1,Yrest];
    if X = Y1 then fail
    else newstate(X,Yrest).

car([X,Y]) <- X.
cdr([X,Y]) <- Y.

revoutstream(List) <-
  if List = * then ()
  else List = [H,T];revoutstream(T);write(H);nl().

```

(v) magic_series

与えられた正の整数が、奇数ならば三倍して一を加え、偶数ならば二で割る、という操作を繰り返して、一が得られたら止まるプログラムである。次の数が得られるとすぐに出力するようにプログラムはつくられている。これは、`concurrent prolog`のストリーム通信に相当する。

結果

```
> magic_series (321).  
3 2 1 9 6 4 4 8 2 2 4 1 7 2 4 3 6 2 1 8 1  
  
5 4 4 2 7 2 1 3 6 6 8 3 4 1 7 5 2 2 6  
  
1 3 4 0 2 0 1 0 5 1 6 8 4 2 1 1
```

注意：実際の出力は一つずつ縦に並んで出力される。

プログラム

%MAGIC SERIES

```
magic_series(X) <-  
  magic_series1(X,Y),outstream(Y);().  
  
magic_series1(X,T) <-  
  if #X = 1 then  
    #T = [1]  
  else if even(#X) then  
    Z = #X / 2;  
    #T = [#X.Tail];  
    magic_series1(Z,Tail)  
  else  
    Z = X @ 3 + 1;  
    magic_series1(Z,Tail), T = [X.Tail].  
  
even(X) <-  
  if mod(#X,2) = 0 then  
    ()  
  else  
    fail.  
  
outstream L <-  
  if #L = [X . L1] then  
    write X; nl(); outstream L1  
  else if L = * then  
    ()  
  else  
    fail.
```

(vi) hamming sequence

$2^l * 3^m * 5^n$ (1, m, nは0または正の整数)

で表される整数を昇順に出力するプログラムである。この数列とそれを各々二、三、五倍した数列を同時に作って行くことにより、実行が行われる。

プログラムで作られる数列

S	数列	1	2	3	4	5	6	8...
S 2	二倍	2	4	6	8	10	12	16...
S 3	三倍	3	6	9	12	15	18	24...
S 5	五倍	5	10	15	20	25	30	40...

S, S 2, S 3, S 5 は、プログラム中の変数名

結果

```
> hamming ( ).  
 2  3  4  5  6  8  9 10 12 15 16 18  
  
20 24 25 27 30 32 36 40 45 48  
  
45 48 50 54 60 64 72 75 80 81  
  
96 ...
```

注意：実際の出力は一つずつ縦に並んで出力される。

プログラム

% Hamming sequence

hamming() <- ham S, outstream S.

ham S <-

```
S = [1 . ST];
smul(S, 2, S2); smul(S, 3, S3); smul(S, 5, S5);
select(S2, S3, S5, ST).
```

smul(S, N, MS) <-

```
if #S = [X . ST] then
  #MS = [#N#X . MST];
  smul(ST, #N, MST)
else
  fail.
```

select(S2, S3, S5, S) <-

```
if #S2 = [M2 . S2T], #S3 = [M3 . S3T], #S5 = [M5 . S5T] then
  #S = [Min = min(M2, M3, M5) . ST];
  select(news(Min, M2, S2T),
        news(Min, M3, S3T),
        news(Min, M5, S5T),
        ST)
else
  fail.
```

min(X, Y, Z) <- min2(min2(X, Y), Z).

min2(X, Y) <-

```
if le(#X, #Y) then
  #X
else
  Y.
```

news(Min, M, S) <-

```
if lt(#Min, #M) then
  [#M . #S]
else
  S.
```

outstream(l) <-

```
if #l = [x . L] then
  write(x); nl(); outstream(L)
else
  fail.
```

(vii) expansion of function

関数の展開の実行例として、次の二つの例を用意した。

和の展開

(1, 2, 3) という整数のリストの、和を求める。このリストが任意のものであっても、このプログラムは、和を求めることができる。これは、`expand` という関数定義が、関数を帰納的に展開しているからである。

合成関数の定義

`car (cdr (cdr ((1, 2, 3, 4))))` を求める。ここで、`Compseq` とある関数は、関数のリストから合成関数を作る。

結果

`succ : 6`

`succ : 3`

プログラム

```
expand(Fun, Init) <-  
  lambda Arss.(  
    if #Arss = * then ##Init  
    else (Arss = [Fst , Rst];  
          #Fun(Fst, (expand(#Fun, #Init))(Rst))  
    )  
  ).
```

```
Plus = (lambda x, y . (x + y));  
Sum = expand(Plus, 0);  
Sum [1, 2, 3].
```

```
Comp = (lambda f, s. (lambda x. #f(#s x)));  
Car = (lambda [x , y]. x);  
Cdr = (lambda [x , y]. y);  
Compseq = expand(Comp, (lambda x, x));  
Caddr = Compseq [Car, Cdr, Cdr];  
Caddr [1, 2, 3, 4].
```

索引

	A	
and		3
allocation		3, 12
	C	
compile		19, 25
consult		19, 25
	D	
デバッグ		22
	E	
else		15
エラー		20
evaluable subexpression		8
expression		3
	F	
fail		8, 15
fail:		20
function		3
	G	
ge		25
global変数		2
gt		25
	H	
変数		2
<引数>		19
	I	
if		15
if-then-else		3, 13
integer		2

	K	
書き換え規則		8
関数定義		18
<関数名>		19
	L	
lambda		15
le		25
list		3
listing		26
log (ログ)		22
lt		25
	M	
mod		25
	N	
negation		3, 14
nil		3
nl		25
non-global 変数		2
non-pure 変数		2
notrace		23, 26
	O	
occur check		7
	P	
pure 変数		2
	R	
rename		10
reset		26
	S	
scope		5
sequential-and		3, 12

<処理>	19
終了	21
string	2
succeed	8
succ:	20
suspend	8, 17
suspend:	20
syntax	1
シンタックス・エラー (syntax error)	20
T	
定数	2
then	15
timer	26
特殊文字	15
トレーサ	22
trace	22, 26
U	
unification	3, 7, 11
unify	7
unit	2
Y	
予約語	15
優先度	4
<特殊記号>	
#	2
*	3, 4
Σ	8
<-	4, 15
()	3

()	3, 4
;	3
' , '	3, 4
" "	2
¬	3, 15
~	15
=	3
λ	3, 4, 15
+	2 6
-	2 6
/	2 6
@	2 6
<	2 6
>	2 6
<=	2 6
>=	2 6

```

<toplevel>      ::= <definition> .
                  |   <exp> .

<definition>    ::= <globalvar> <list> <- <exp>

<exp>           ::= <seqand>
<seqand>        ::= <and>
                  |   <and> ; <seqand>
<and>           ::= <ifthenelse>
                  |   <ifthenelse> , <and>
<ifthenelse>    ::= <unification>
                  |   if <exp> then <exp> else <exp>
<unification>   ::= <negation>
                  |   <negation> = <unification>
<negation>      ::= <function>
                  |   ~ <negation>
<function>      ::= <binop1>
                  |   lambda <exp> , <exp>
<binop1>        ::= <binop2>
                  |   <binop2> + <binop1>
                  |   <binop2> - <binop1>
<binop2>        ::= <unop>
                  |   <unop> @ <binop2>
                  |   <unop> / <binop2>
<unop>          ::= <application>
                  |   + <unop>
                  |   - <unop>
<application>   ::= <list>
                  |   <application> <list>
<list>          ::= <block>
                  |   [ <listseq> <listtail> ]
                  |   []
                  |   *
<listseq>       ::=
                  |   <unification>
                  |   <unification> , <listseq>
<listtail>      ::=
                  |   . <unification>
<block>         ::= <group>
                  |   < <exp> >
<group>         ::= <symbol>
                  |   <variable>
                  |   ( <exp> )
                  |   fail
<symbol>        ::= <integer>
                  |   <string>
                  |   ()
<variable>      ::= <nonglobalvar>
                  |   <globalvar>
<nonglobalvar>  ::= <purevar>
                  |   $ <nonglobalvar>
<string>        ::= * <character string> * ;; * is able to appear
                  |   only with \
<globalvar>     ;; a lowercase alphabet and characters without blank
<purevar>       ;; an uppercase alphabet and characters without blank
                  ;; or a lowercase alphabet and integer without blank
                  ;; or a lowercase alphabet
<characters>    ;; a list of non-blanc printable characters

```