熱

発見と創造

そして逆転の発想

理工学術院　基幹理工学研究科

竹内郁雄

最終講義は最初の講義

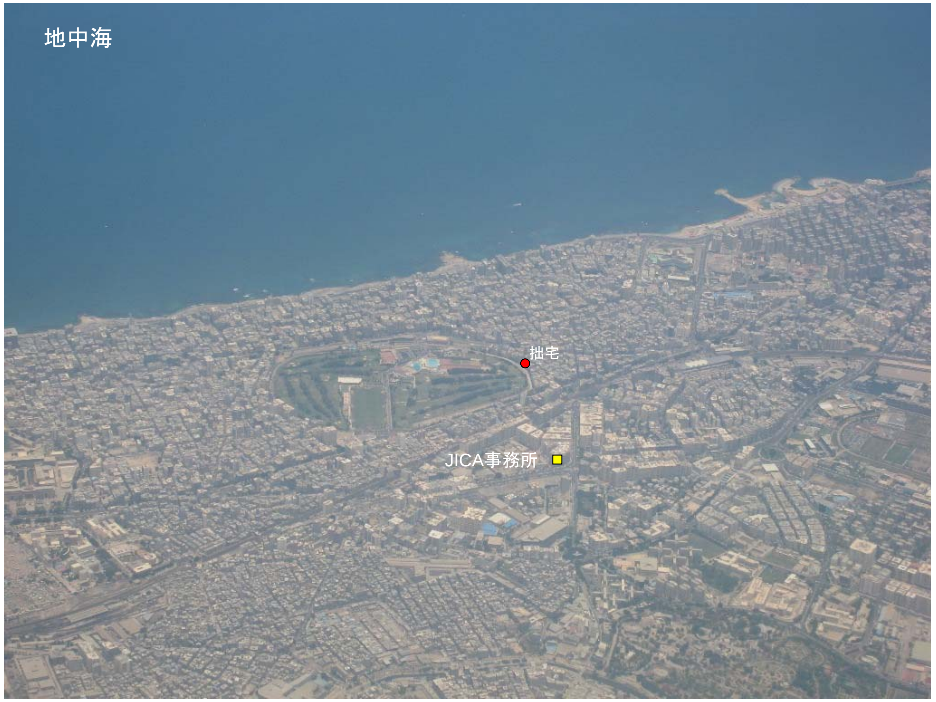
- 今年2月の村岡洋一先生のお言葉
  – 恒例(?)によれば，最終講義とやらをすることになっているらしいのですが，今さらロートル(?)を相手に過去の話をしても詰まらないので，主として若い学生諸君を対象に「最初の講義」と題した話をすることにいたしました．
- 私にとっては2回目の「最終講義」
  – 2010年3月「研究･開発は楽しく」@東大

背景

- 1971年　NTT電気通信研究所
  – 基礎研究部門，ソフトウェア研究所等
- 1997年　電気通信大学
  – 情報工学科
- 2005年　東京大学
  – 情報理工学系研究科　創造情報学専攻
- 2011年　早稲田大学
  – 基幹理工学研究科　情報理工学専攻
  – エジプト日本科学技術大学(大学院)の立ち上げに協力
- 2000年～「未踏」事業のプロジェクトマネージャ

早稲田からエジプトに行くと言うと

今は馬場が舗装されて駐車スペースに



暗号のような畑（サウジ）

よく切れる電球を交換しようとしたら…, なにか変　Q: どこが変？（規格はE14）

3年間ずっと不調だったデジタルボイラー（Q: どこがデジタルか？）

脳梗塞状態（Q: 何年でそうなったか？）

小さな問題（作者不詳）

- ある会社の社長は毎日規則正しく仕事を終え，5時に会社の玄関に出る
- きっかり5時に玄関に到着する，家からの迎えのクルマに乗り込んですぐに帰宅する
- ある日，仕事が4時に終わった
- 天気が大変よかったので，社長は迎えのクルマに出会うまで散歩がてら歩いて帰った
- 社長とクルマが出会ったとき，すぐそれに乗り込み，クルマをUターンさせた
- 社長はいつもより10分早く自宅に着いた
- 社長とクルマが出会ったのは何時何分だったか?

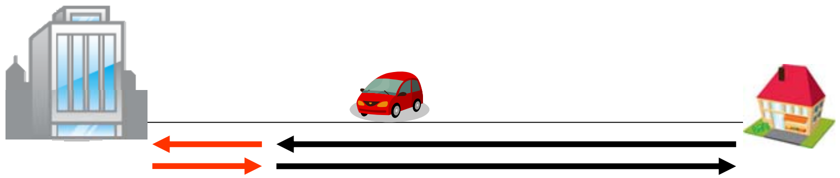
v_p = 社長の歩行速度
v_c = クルマの速度
d = 会社と自宅の間の距離
d_m = クルマに出会った場所と自宅の間の距離
t_0 = 迎えのクルマが自宅を出発する時刻（時に換算）
t_1 = 社長の通常の帰宅時刻（時に換算）
x = 社長とクルマが出会った時刻（時に換算）

これらの準備をした上で，大きな連立方程式を立てる

$t_0+d/v_c=5$
$5+d/v_c=t_1$
$(x-t_0)v_c=d_m$
$(t_1-1/6-x)v_c=d_m$
$(x-4)v_p=d-d_m$
…

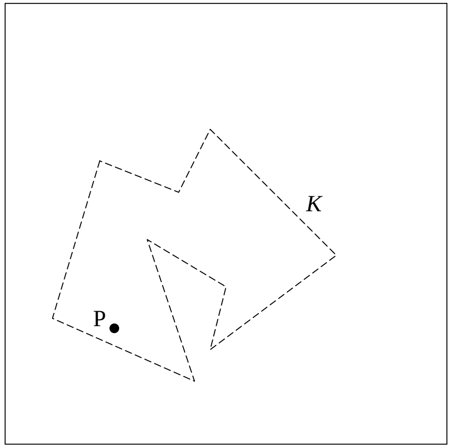
でも
こう考えるのがいいのか？

Think simple*!*



この赤い部分が10分の
短縮に寄与した…

もう1つの問題



n を所与とする

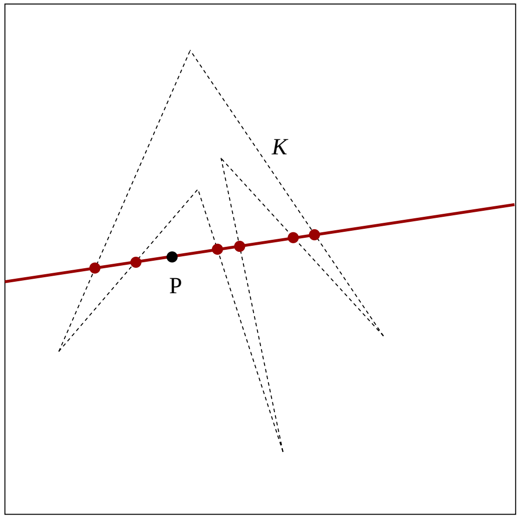
正方形の裏に n 角形 K が
隠れている
（左図の場合 $n = 9$）

正方形内にある点 P は K の
境界上か，内部か，外部か?

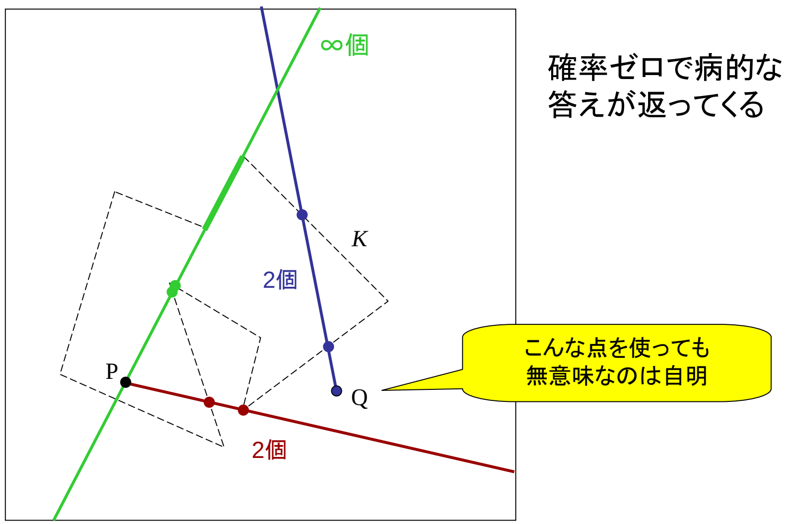
多角形は凸とは限らない

これはプログラミングの問題

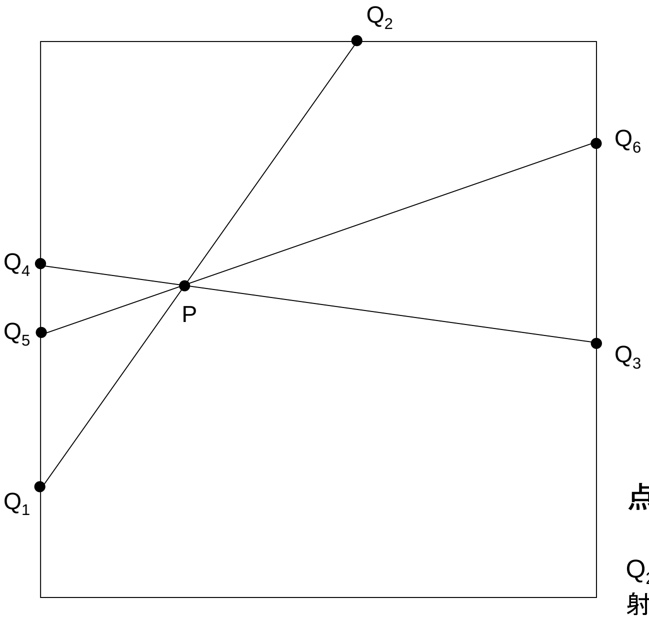
- 許される操作はただ1種類の質問をすること
  - 質問者が与えた線分と n 多角形 K の境界との交点の数を尋ねること
  - 答えは，$0 \sim n$ または ∞ のいずれか
  - 返ってきた答えに応じて次の質問を行なう
- 「効率よく」判定することが問題
  - 効率とは，明らかに質問の回数
  - 平均ではなくて，最悪回数で比較する
  - 確率ゼロのいやらしい答えがあり得る



n 角形と n 個の点で
交わることがある



確率ゼロで病的な
答えが返ってくる



点の選び方

$Q_{2j\text{-}1}$, Q_{2j} を
射貫き対と呼ぶ

事実の確認

(1) $c(\mathrm{PQ}_i)=0$ なら, P は K の外部にある.

(2) $c(\mathrm{PQ}_{2j-1})+c(\mathrm{PQ}_{2j})=c(\mathrm{Q}_{2j-1}\mathrm{Q}_{2j})+1$ であれば, P は K の境界上にある. ただし, すべての c は有限.

(3) 図1のように, 多角形の頂点と線分 PQ_i が交わり, その頂点から出る2本の辺が線分の片側にある場合 (接点), 答えを「信頼できない情報」と呼ぶ. また, ∞ という答えも「信頼できない情報」に分類する. それ以外の答えは「信頼できる情報」である. 答えが信頼できるかできないか単独では判定できない.

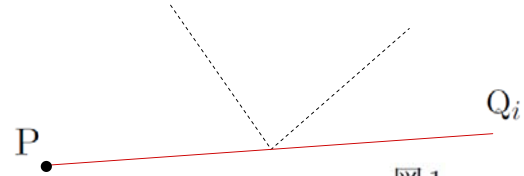


図1

(4) $c(\mathrm{PQ}_i)$ が信頼できる情報であることが確実であれば, $c(\mathrm{PQ}_i)$ が偶数なら P は K の外部, 奇数なら K の内部にある.

(5) 図2のように, 点 P が境界上になく, 多角形の辺と線分 PQ_i が重なる場合, PQ_i は少なくとも多角形の2つの頂点を含む. この場合の ∞ という答えは信頼できない情報だが, 同時に接点による2個の信頼できない情報の可能性を消している.

(6) 信頼できない情報の数の上限は n である.

質問を重ね, 信頼できる情報を抽出することがポイント. 事実(5)と(6)から, 高々$2n+1$本の線分を用意すれば, 少なくとも $n+1$ 個の返事は信頼できる情報. なお, $c=\infty$ という返事はそれなりに役立つ情報であることに注意.

図2

プログラム (風の記述)

0: $q=0$ とする. (q は質問回数のカウンタ)
1: $g=0$ とする. (g は偶数交点線分のカウンタ)
2: $k=0$ とする. (k は奇数交点線分のカウンタ)
3: $t=n$ とする. (t は多数決の根拠となる数)
4: $m=0$ とする. (m は P が境界上でないことが未確定の間の $c=\infty$ の数)
5: $i=1$ とする. (i は Q_i 選択の制御用)

6: 正方形の外に適当に Q_i を選ぶ．ただし，i が偶数の場合は，Q_{i-1}, P, Q_i が直線上に並ぶように Q_i を選ぶ (射貫き対)．これまでつくった線分と重ならないようにする．$c(PQ_i)$ を尋ねる．q を 1 増やす．
7: $c(PQ_i) = 0$ であれば，P は外部 ■．
8: $c(PQ_i) = \infty$ のとき，P が境界上でないことが確定していれば，t を 2 減らし，P が境界上でないことが未確定であれば m を 1 増やす．そのあと，i が偶数なら，i を 1 増やしてステップ 6 に戻る．i が奇数なら (射貫き対の相棒にはもう意味がないので) i を 2 増やしてステップ 6 に戻る．
9: i が偶数，かつ P が境界上でないことが未確定であれば，$c(Q_{i-1}Q_i)$ を尋ねる．$c(PQ_{i-1}) + c(PQ_i) = c(Q_{i-1}Q_i) + 1$ であれば P は境界上 ■，そうでなければ P が境界上でないことが確定し，t から $2m$ を引く．
10: $c(PQ_i)$ が偶数であれば，g を 1 増やす．$g > t$ になれば，P は外部 ■．
11: $c(PQ_i)$ が奇数であれば，k を 1 増やす．$k > t$ になれば，P は内部 ■．
12: i を 1 増やして，ステップ 6 に戻って繰り返す．

一般解と特殊解

- n = 3, 4, 5の場合の特殊解として現在わかっている最適解（水谷一氏）

$n = 3$	3
$n = 4$	6
$n = 5$	7

- 比較によるソーティングと似た状況

得られる教訓

- 確率ゼロの現象であれ，それが起こり得る（最悪の）ことであれば，まじめに対処しないといけない
  - 東京証券取引所における驚くべき取引ミス（2005年）
  - ジェイコム株の「61万円で1株売り」を「1円で61万株売り」と誤発注
  - 担当者の入力ミス（警告音に慣れっこになってしまった）
  - みずほ証券が415億円の損害（係争中）
- 原因（Wikipedia等より）
  - ありえない売り注文を受け付けるシステムだった
  - システム構築のミスで「注文取消しの指示」が仕様通り受け付けられなかった
  - 東証が即座に売買を停止しなかった（107億円賠償？）

メタ教訓

- まず，簡単に考えることを覚えよ
- 簡単に考えないことを覚えよ
- 簡単に考えることも覚えよ

> - まず，フィネスすることを覚えよ
> - フィネスしないことを覚えよ
> - フィネスすることも覚えよ
>
> コントラクトブリッジの格言

エジプト人たちが大騒ぎした問題

- エジプト日本科学技術大学で結構雑談的な講義，そこで出した問題
  - そのせいか，先生方もよく参加してくれた
- 私がNTT研究所で恩師と仰ぐ池野信一先生が発見した問題
- ピラミッドを作った人たちだからか，こと太陽に関しては…

E-JUST
Egypt - Japan University of Science and Technology
エジプト日本科学技術大学

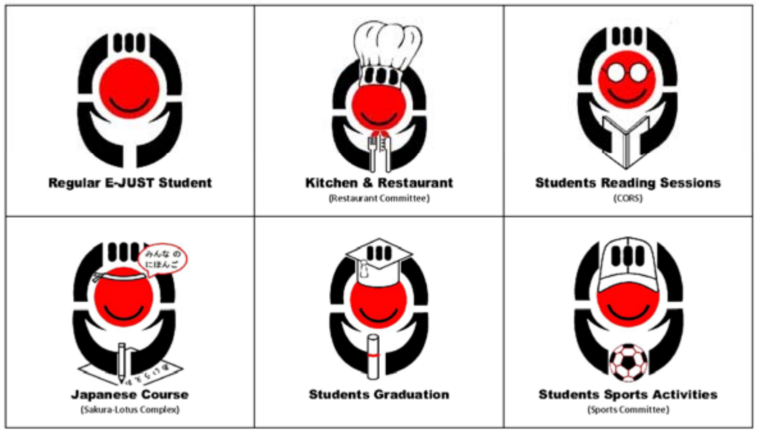
スカラベ（Scarab，和名フンコロガシ）
おもに哺乳動物の糞を転がして球状化させつつ運び，地中に埋めて食料とする
古代エジプトでは，その習性が太陽神ケプリと近似したものであることから同一視され，再生，復活の象徴である聖なる甲虫として崇拝された

王家の谷の壁画に描かれたスカラベ

Wikipediaより引用

E-JUST
エジプト日本科学技術大学

E-JUST Students Activities



Mohamed Geunady君の創造的作品（一部）

日没問題 （池野信一先生）

- 太郎君は言いました．「太陽の光は地球に届くまで500秒かかる．だから，僕たちが太陽が沈んで地平線にタッチしたときは，本当の太陽はもう地平線の下にいるんだよ．」（簡単のため，大気による屈折はないとする．）
- 花子さんはしばらく考えて言いました．「そう？太陽は今見えている位置にいるような気がするけど．」
- どちらが正しいか？

締め切りホルモン

- 発見と創造には締め切りホルモンが絡んでいる…，らしい
- 火事場のクソ力はやはり生活の知恵
- Shoukry先生の説明
  - エジプトでは工事がいつも遅れるが，いざ期日までにと発破がかかるといつもの倍以上のスピードで工事する
- エジプトの食材に含まれている?

ElShaarawy君がくれた食材
8リットルの圧力鍋に入らず，
冷凍食品ノコギリで半分に…

Q: これは何か？

Spur-winged Goose （翼幅2m弱）

デカタン

2012年に2個，
2013年は3個ももらった
18人＋アルファにご馳走

エジプト人はタンを食べない?

ところで，プログラムに一番近い日常物は料理のレシピ

逐次性，条件分岐，
繰り返し，並行動作

タンスープパーティ記念 （ダンスパーティにあらず，実は歓送会，逆転の発想？）

旧市街のスーク（市場）にタンがあると聞いて行ってみたら…

Q: 何に使うのか…

Q: 入れ歯か？

エジプトにいても原稿催促は来る

- 数学セミナー「エレガントな解答を求む」
- 締め切りホルモンなくしては問題が作れない？
- 締め切りホルモンは自然には出てこない
- いつも頭を使っていることが必要らしい
  - 位相幾何学で有名なPoincare「ずっと考えていた問題の重要なヒントを，馬車のステップに足をかけた瞬間，思いついた」

エジプトで作った問題（2011年）

有理数から有理数への関数 f で

$$f(f(f(f(x)))) = x^2$$

かつ

$$x \to 0 \text{のとき} f(x) \to \infty \ (x \text{は有理数の範囲})$$

となるようなものは存在するでしょうか？ 存在しないならその証明を，存在するなら具体的にそのような関数 f を書いてください．

$$f(x) = 1/|x|^{\sqrt[4]{2}} \quad (\text{for } x \neq 0)$$

整数関数の問題と考えれば簡単

f を整数から整数への関数とした問題を考える．ただし，

$x \to 0$ のとき $f(x) \to \infty$ (x は有理数の範囲)

という発散条件を外す．解答例は，f の適用を $\mapsto$ で表現したとき，$0 \mapsto 0$，$1 \mapsto 1$ (実は，$0 \mapsto 1$，$1 \mapsto 0$ でもよい) のほかに，

$$2 \mapsto 3 \mapsto 5 \mapsto 6 \mapsto 2^2 \mapsto 3^2 \mapsto 5^2 \mapsto 6^2 \mapsto 2^4 \mapsto \dots$$

$$7 \mapsto 8 \mapsto 10 \mapsto 11 \mapsto 7^2 \mapsto 8^2 \mapsto 10^2 \mapsto 11^2 \mapsto \dots$$

$\dots$

なお，負の数 x に対しては $f(x) = f(-x)$ と定義．

この考え方を有理数に適用

$0 < x < 1$ かつ他の有理数の2乗になっていない既約有理数 x を順番に並べる．たとえば，

$1/2,\ 1/3,\ 2/3,\ 3/4,\ 1/5,\ 2/5,\ 3/5,\ 4/5,\ 1/6,\ 5/6,\ 1/7,\ \ldots$

という具合．先頭から2つずつ数をとり，上に示した数列と似たような数列をつくる．たとえば，2番目の対 $2/3$ と $3/4$ の場合は

$2/3 \mapsto 3/2 \mapsto 3/4 \mapsto 4/3 \mapsto (2/3)^2 \mapsto (3/2)^2 \mapsto (3/4)^2 \mapsto (4/3)^2 \mapsto (2/3)^4 \mapsto \ldots$

1より小さい数の次にはその逆数が続くので，発散条件もOK．これらの数列を実現する関数 f を定義．

他の有理数の2乗になっていない有理数を非平方有理数，2乗にも3乗にもなっていないような有理数を非平立方有理数と呼ぶ．すると，すべての有理数 q に対して，ある非平立方有理数 p があり，$q = p^{2^m 3^n}$ $(m \geq 0,\ n \geq 0)$ と表せる．ここで，n が偶数 (0を含む) のものを偶立方有理数，n が奇数のものを奇立方有理数と呼ぶことにする．

$0 < x < 1$，x が非平方有理数，x が偶立方有理数という条件を満たすそれぞれの x を第0項 (初項) とする数列を次のようにつくる．

$$x \mapsto 1/x \mapsto x^3 \mapsto (1/x)^3 \mapsto x^2 \mapsto (1/x)^2 \mapsto x^6 \mapsto (1/x)^6 \mapsto x^4 \mapsto \cdots$$

これらの数列の第 $4k$ 項および第 $4k+1$ 項 $(k \geq 0)$ は偶立方有理数だが，第 $4k+2$ 項および第 $4k+3$ 項 $(k \geq 0)$ はそれより3のベキが1つ多い奇立方有理数になっていることに注意．

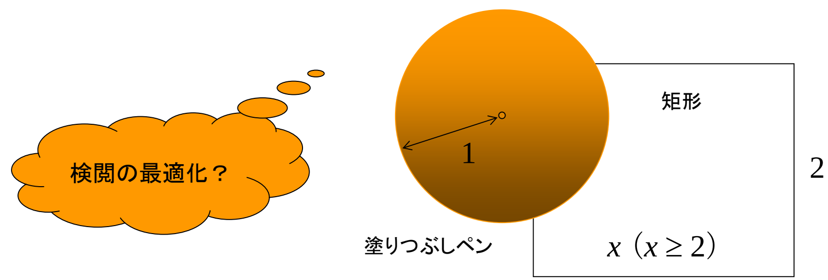
これらの数列を生成する関数 f は以下の通り．

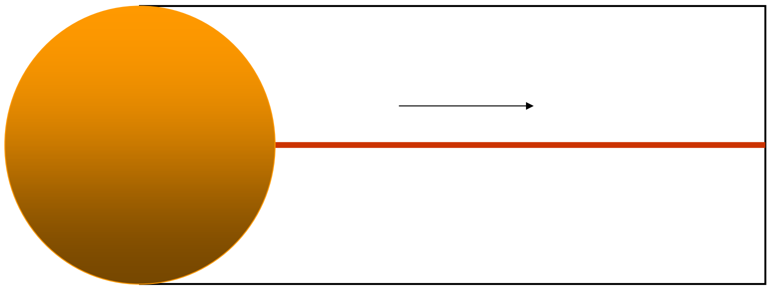
$$f(x) \equiv 1/x \quad (0 < x < 1)$$
$$f(x) \equiv (1/x)^{2/3} \quad (x > 1 \text{かつ} x \text{が奇立方有理数})$$
$$f(x) \equiv (1/x)^3 \quad (x > 1 \text{かつ} x \text{が偶立方有理数})$$

思わぬ展開

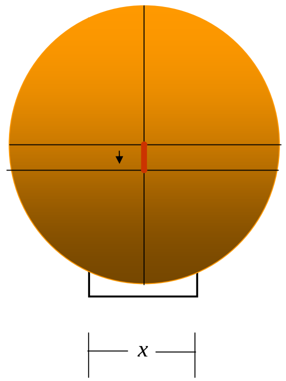
半径 1 の円を一度に塗りつぶせる太ペンを一筆書きして，縦 2，横 x $(x \geq 2)$ の矩形を塗りつぶすには，ペン軸を最短でいくら移動すればいいでしょうか．x の関数で表わしてください．ペン軸は円の中心です．始点，終点は自由に選んで構いません．

塗りつぶすべき矩形の縦の長さが，ε を十分小さな数として，$2 + \varepsilon$ だったらどうなるでしょう．

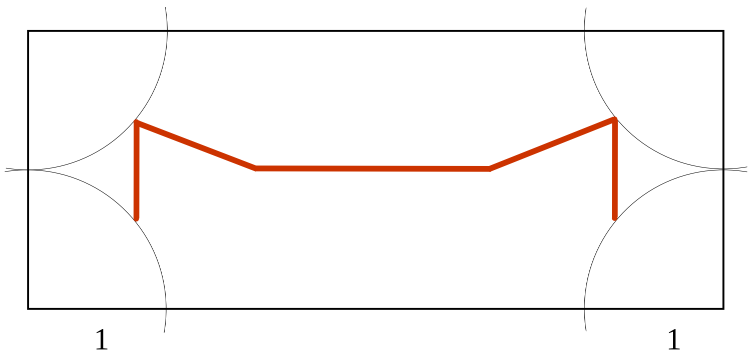




まさか，こんな単純じゃないよねえ

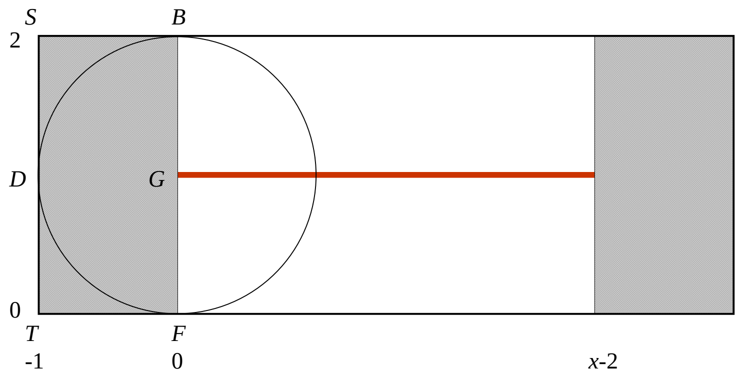


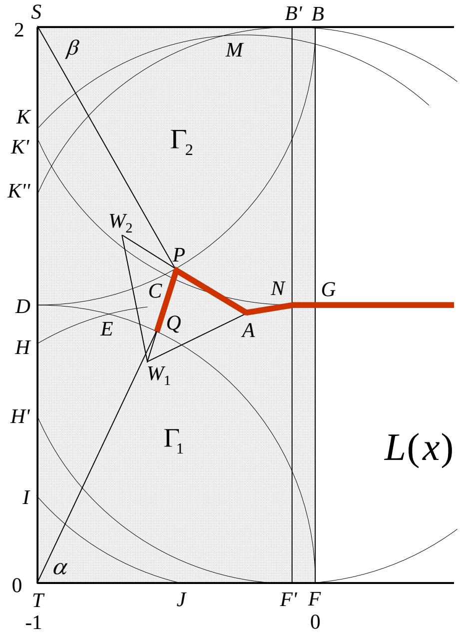
x が短いときには，ちょっと妙なことが起こる
縦の動きのほうが短い



$$L(x) = x - 0.45\cdots$$

これでいいと思っていたら…





簡単に考えちゃ
だめな例

$$L(x) = x - 0.480114762245\cdots$$

奈良岡　悟氏

エジプトはパズルの宝庫

- 行くと，目からうろこが落ちることしきり

Q: どうして一夜にして緑の木が真っ赤に変身？

拡大図

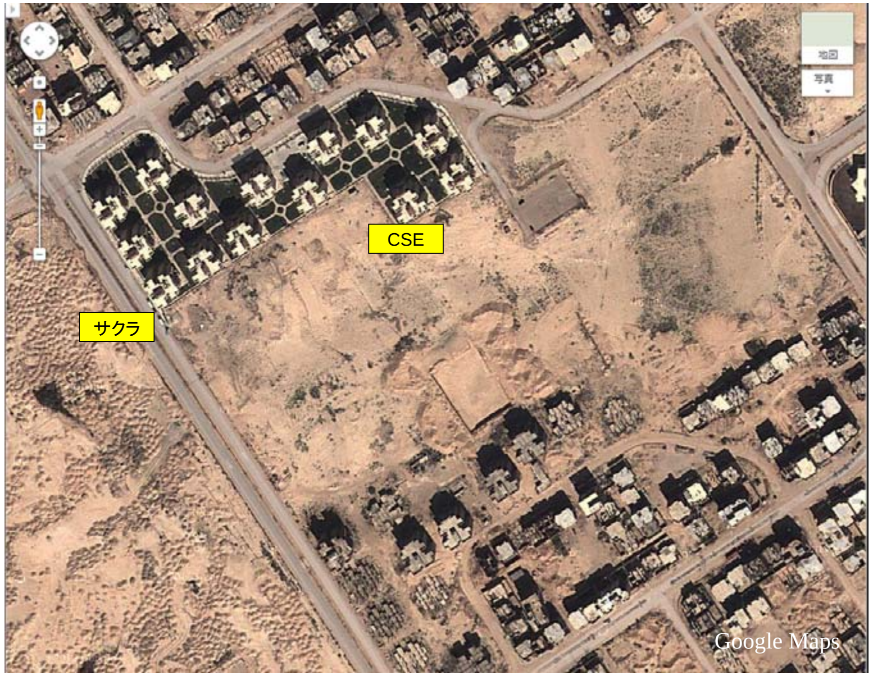
この子が独りでコントロールしていた

物性科学研究棟（予定外）がやっと…，だが…　柱がばらばらの角度…　Q: どーする？

近くにあるCSAT（旧MuCSAT，日本の産総研に相当）

CSATまで歩くと10分強

所有権を主張する何者かがいつの間にか掘った大穴



遺跡？

逆転の発想: 傾いていて何が悪い．影の配置の最適化？

スマートボード Q: なぜ傾いて設置されているか？

2012年までの
命綱

無線WAN受信機

簡易手作りリピーター（松下先生）

サクラビル1階に設置中のクラスタ（空調機と無停電電源装置のほうが大きい ！）

街に目を転じてもパズルだらけ

Q: なぜ中央分離帯にゴミ箱が？

木材運搬車は幅約4メートルの過積載（3車線は2車線に）

いやはや（この荷物の上に人がいたりする）

たとえば

Q: これは何か？

Q: どうやったら，2台とも中央分離帯に乗り上げて衝突できるか？

Q: どのようにしてこのような月面宙返りが可能になるか？

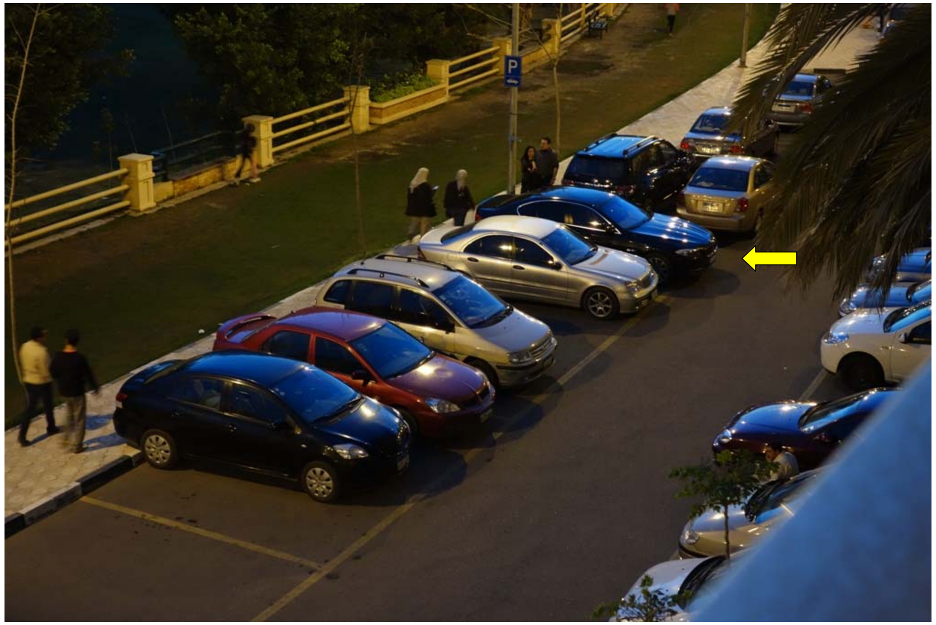
幅の狭いトラムが旧市街を走る

両側びっしり駐車している道路の真ん中にトラムの線路（複線）

Q: どうやってこのデッドロックを解消するか（並列プログラミングのパズル？）

逆転の発想？右側が渋滞すると，分離帯の切れ目から左側へ入って逆走

Q: この人が出たがっているが，どうやったら出られるか？



まれに二重駐車でないことも…，やればできる？

異国･異分野は楽しい

- 竹内は若いころ「60歳になるまでは外国に行かない」という意味不明の決心をした
  - よい子の皆さんは真似てはいけません！
- 異分野交流のほうが忙しかった（言い訳）
  - 『異分野交流と異分野漫遊』
    - 大域ディペンダブル情報基盤シンポジウム･情報科学技術戦略コア融合プロジェクト合同ワークショップ
    - 2006年3月13日　於　東大小柴ホール

パズルのような関数から音楽を

- 1974年，竹内は奇妙な再帰関数を発明．当初は「たらい回し関数」と命名，その後単に「タライ関数」
- たらい回しとは？

タライ関数 t

$$
\begin{aligned}
&t(x,y,z) = \\
&\quad \textbf{if } x \le y \textbf{ then } y \\
&\qquad\qquad \textbf{else } t(t(x-1,y,z), \\
&\qquad\qquad\qquad\quad t(y-1,z,x), \\
&\qquad\qquad\qquad\quad t(z-1,x,y))
\end{aligned}
$$

どれくらい時間を食うの?

Theorem 2 Let $T(x,y,z)$ be the number of times the **else** clause is invoked when the Takeuchi recursion $t(x,y,z)$ in a usual Lisp memoryless computation. When $t(x,y,z)$ is used to evaluate $t(n,0,n+1)$, the definition is expanded exactly $1+4T(n,0,n+1)$ times where

$$e^{n\ln n - n\ln\ln n - n} < T(n,0,n+1) < e^{n\ln n - n + \ln n}$$

Donald E. Knuth "Textbook Examples of Recursion" *Aritificial Intelligence and Mathematical Theory of Computation, Papers in Honor of John McCarthy*, (ed. Vladimir Lifischitz), Acadmic Press, 1991

しかし，実は驚くほど単純

$$
\begin{aligned}
&t(x,y,z) = \\
&\quad \textbf{if } x \le y \textbf{ then } y \\
&\qquad\qquad \textbf{else } t(t(x-1,y,z), \\
&\qquad\qquad\qquad\quad t(y-1,z,x), \\
&\qquad\qquad\qquad\quad t(z-1,x,y))
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&t_0(x,y,z) = \\
&\quad \textbf{if } x \le y \textbf{ then } y \textbf{ else if } y \le z \textbf{ then } z \textbf{ else } x
\end{aligned}
$$

タライ関数から音楽を生成

- タライ関数の異分野的応用
- 初音ミクで有名なクリプトン・フューチャー・メディアのプロの音楽プログラマ，藍圭介さんが創造（2012）

- *t*(10, 5, 0) の各変数がどのように変化するかを調べているうちに，*x*, *y*, *z* に3和音進行に似たものがあることを直感
- -1=レ, 0=ミ, 1=ファ, 2=ソ, というふうに音を割り付け

その音は

- Steve Reichのようなミニマルミュージック
- しかし純粋に数学的に生成!
- *t*(10, 5, 0) から，343,073小節の音楽

とある60小節

http://soundcloud.com/aike-3/tarai-function-music (Creative Commons License)
その後，さらに発展
http://aikelab.net/tarai/ いろいろな引数で少しずつ異なる音楽が聞ける

Back to Egypt … Q: この人何してる？

Q: ペットのウサギ売り場？

高速道路の中にいるスイカ売り

西日を背に踏み切りを通過する列車. Q: 踏み切りはどんな構造？

大丈夫？

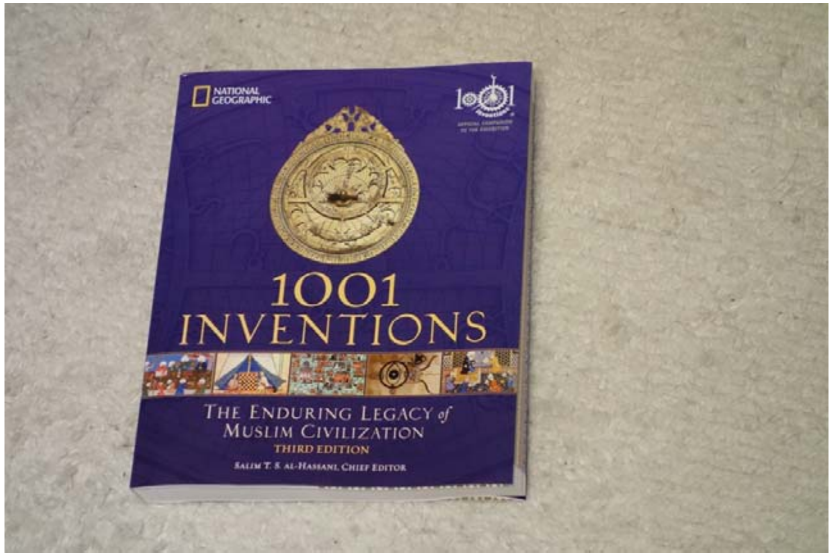
車を制止していたのは縄だった（最近はチェーンに進化）

Q: エジプトのカレンダーは何曜日から始まるか？

Q: この店は何の店？

若いカップルが見ているが…

Q: アレキ大構内で騒いでいるこの人だかりは何？



学生たちが講義のお礼（？）にプレゼントしてくれた本
「創造」に関する熱い啓発は成功したかも

エジプトの人たちは非常に親日的: 写真撮って，撮って！

握手おじさん

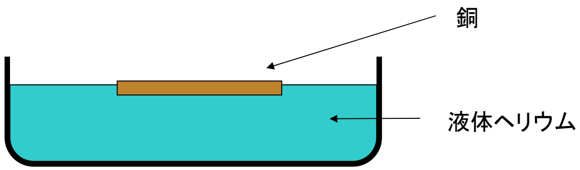
怪我をしてからは

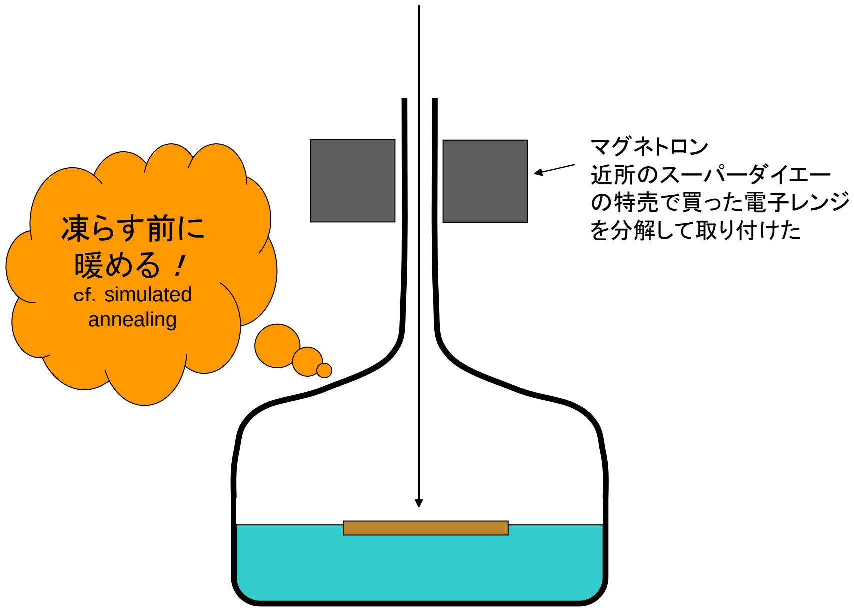
杖がなくなってもバーチャルで（遺憾，カメラ目線）

撃っている人がカメラ目線じゃあね

異分野交流で得た取っておきの話

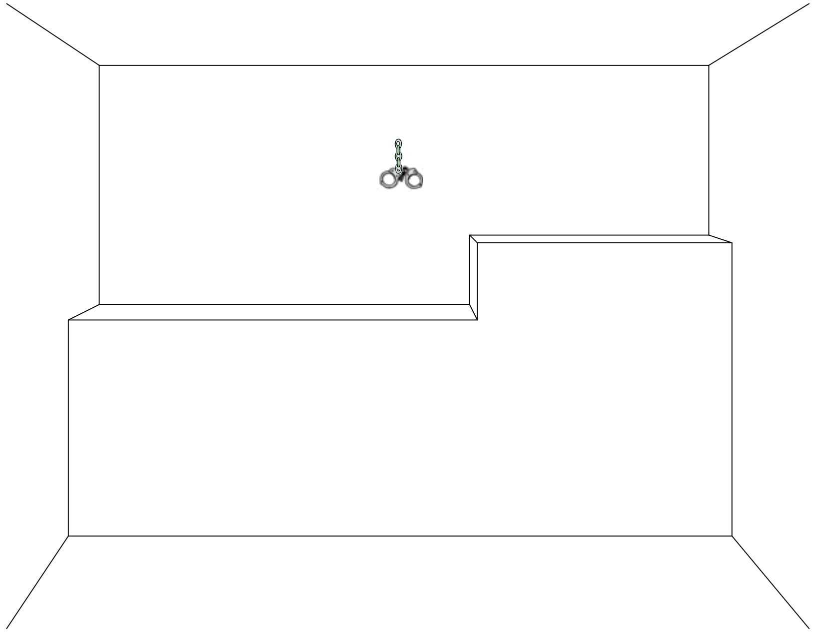
- エジプト人は平気で逆走するが…
- 松本元さんの逆転の発想
  - ヤリイカの細胞（巨大ニューロンの軸策など）の電子顕微鏡写真を撮りたい
  - 瞬間冷凍して脱水する
  - だが氷の結晶成長が細胞を破壊





発見されないほうがいい話もある

- 竹内は若いころ「60歳になるまでは外国に行かない」という意味不明の決心をした
  - よい子の皆さんは真似てはいけません！
- しかし，36歳のときに，米国ダラスでの国際会議に行かざるを得なくなった



よい子の皆さんは真似しないように

麻薬売人風の風貌
カバン1個
成田から成田へ72時間の旅程

奥乃　博さん（現京大教授）

なにごとにも好奇心を持てば人生楽しいし，プログラミングも上達します．

エジプトを堪能する素晴らしい機会を与えてくださったJICAと早稲田大学関係者に感謝します